

Institutionen för Ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs: Hållfasthetslära I

Kurskod: MT302G

Högskolepoäng för tentamen: 1,0 hp

Datum: 2025-11-20

Skrivtid: 8:15-12:30

Ansvarig lärare: Niclas Strand

Hjälpmedel:

- Formler och tabeller i fysik, matematik och kemi
- Valfri miniräknare
- KTH-formelsamling och eller motsvarande utskrifter

- Anvisningar:
- ☒ Ta nytt blad för varje ny uppgift.
 - ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
 - ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
 - ☒ Numrera lösbladen löpande.
 - ☒ Använd inte röd penna.
 - ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

För godkänt resultat på tentamen krävs att båda kursmålen är bedömda med G

Kursmål	Betygskriterie G
Analysera och dimensionera statiskt obestämda stångbärverk.	Ställa upp erforderliga, jämvikts-, komabilitet- och konstitutiva samband. Presentera en strukturerad lösningsmetod. Bedöma resultatets rimlighet
Analysera och dimensionera statiskt obestämda konstruktioner som utsätts för vridning.	Ställa upp erforderliga, jämvikts-, komabilitet- och konstitutiva samband. Presentera en strukturerad lösningsmetod. Bedöma resultatets rimlighet.

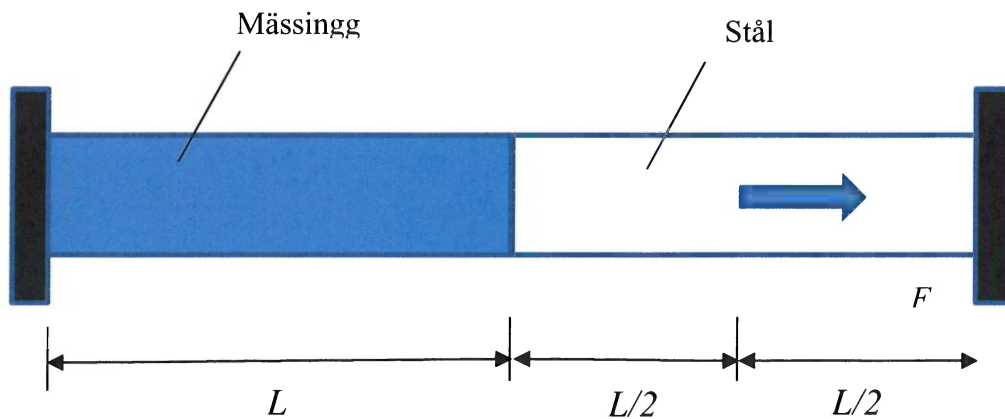
Godkänd bedömning krävs på minst en av uppgifterna 1a och 1b samt minst en av uppgifterna 2a och 2b.

Uppgift 1a

En stång består av två delar av olika material, en del mässing och en del stål enligt figur. Materialen är linjärt-elastiska och belastas med en kraft F mitt på ståldelen. Bestäm de normalspänningarna i stångens olika delar.

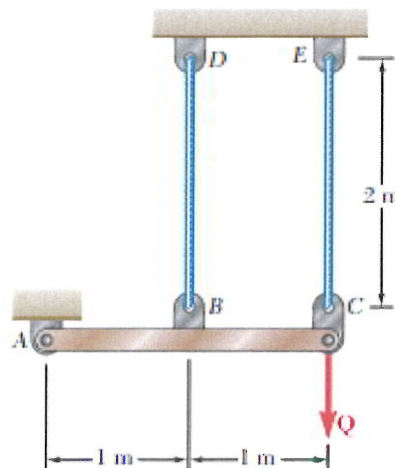
Tvärsnittet för stängen är cirkulärt och har en diameter på d .

Data: $L = 600$ mm, $E_{\text{mässing}} = 110$ GPa, $E_{\text{stål}} = 220$ GPa, $d = 12$ mm, $F = 16$ kN



Uppgift 1b (U/G)

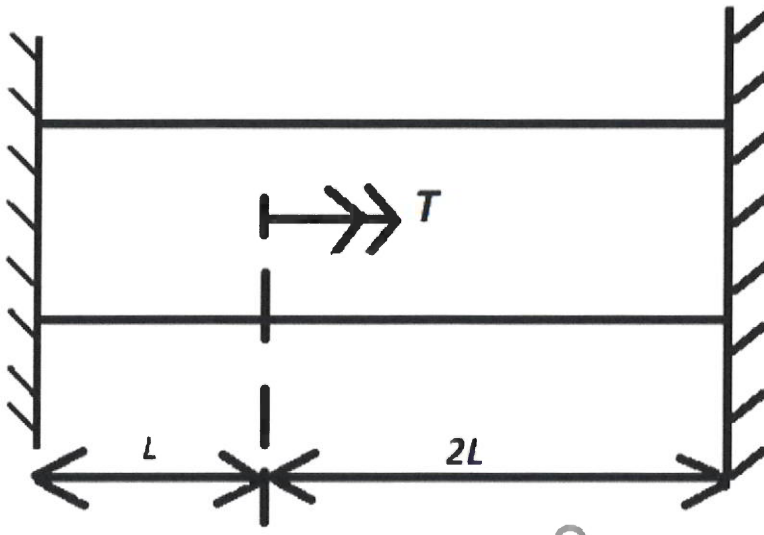
En stel bom ABC hänger i två linjärt-elastiska kablar enligt figur. Kablarna har en tvärsnittsarea på 75 mm² och en elasticitetsmodul på $E = 210$ GPa. Om $Q = 40$ kN bestäm spänningarna i kablarna.



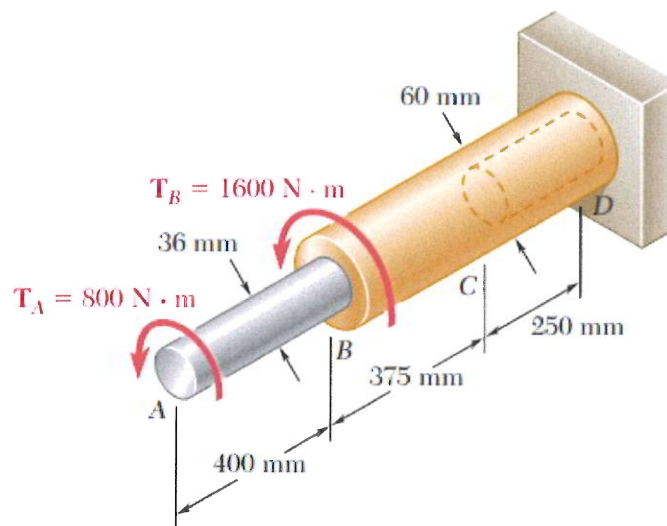
Uppgift 2a (U/G)

En axel av ett linjär-elastiskt material belastas med ett vridande moment T enligt nedanstående figur. Bestäm förvridningen i tvärsnittet där momentet T angriper. Materialet i axeln är linjärt-elastiskt. Axeln är av solitt tvärsnitt med radien 45 mm,

Givet: $T = 50 \text{ Nm}$, $G = 88 \text{ GPa}$, $L = 1,5 \text{ m}$

**Uppgift 2b (U/G)**

En axel är fast inspänd vid D och belastad enligt figuren nedan. Axeln består av två stycken material, Delaxeln AB är gjord av stål med skjuvmodulen $G_S = 77 \text{ GPa}$ och delaxeln BCD av koppar med skjuvmodulen $G_K = 48 \text{ GPa}$. Bestäm den totala vridningsvinkeln vid A. Hålet har en diameter på 36 mm.



Tunnväggigt rör



$$2\pi a^3 t$$

$$2\pi a^2 t$$

Formler i hållfasthetslära

Grundläggande begrepp

$$\text{Normalspänning: } \sigma = \frac{N}{A}$$

$$\text{Medelskjuvspänning: } \bar{\tau} = \frac{T}{A}$$

$$\text{Normaltöjning: } \varepsilon = \frac{\delta}{L}$$

$$\text{Hålkanttryck: } \sigma_b = \frac{F}{A_{proj}}$$

$$\text{Säkerhetsfaktor: } n = \frac{\sigma_s}{\sigma_{till}}$$

$$\text{Hookes lag: } \sigma = E\varepsilon$$

$$\text{Stångförlängning: } \delta = \frac{NL}{EA}$$

$$\text{Vridning av axel: } \theta = \frac{ML}{GK_v}$$

Böjning

$$\text{Maximal normalspänning: } |\sigma|_{\max} = \frac{M}{W_b}$$

Vridning

$$\text{Maximal skjuvspänning: } \tau_{\max} = \frac{M_v}{W_v}$$

Transmission av rotationsrörelse och moment mellan axlar

$$\text{Förhållandet mellan vinkelhastighet } \omega \text{ och varvtal } n: \omega = \frac{2\pi n}{60}$$

$$\text{Motoreffekt: } P = M_v \cdot \omega$$

$$\text{Utväxling: } \frac{M_B}{M_A} = \frac{n_A}{n_B} = \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{r_B}{r_A} \quad \text{där } r_A \text{ och } r_B \text{ är kugghjulsradier}$$

Beteckningslista

σ : Normalspänning

τ : Skjuvspänning

ε : Normaltöjning

E : Elasticitetsmodul:

G : Skjuvmodul

σ_b : Hålkanttryck

σ_s : Sträckgräns

σ_{till} : Tillåten normalspänning

n : Säkerhetsfaktor

N : Normalkraft

T : Tvärkraft

F : Kraft

M : Moment

A : Tvärsnittsarea

A_{proj} : Projicerad area

L : Längd

δ : Förlängning

θ : Förvridning

W_b : Böjmotstånd

I : Yttröghetsmoment

W_v : Vridmotstånd

K_v : Tvärsnittets vridstyvhetsfaktor

ω : Vinkelhastighet

P : Effekt



HÖGSKOLAN
I SKÖVDE

Institutionen för Ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs: Hållfasthetslära I

Kurskod: MT302G

Högskolepoäng för tentamen: 1,0 hp

Datum: 2025-11-20

Skrivtid: 8:15-12:30

Ansvarig lärare: Niclas Strand

Hjälpmedel:

- Formler och tabeller i fysik, matematik och kemi
- Valfri miniräknare
- KTH-formelsamling och eller motsvarande utskrifter

- Anvisningar:
- ☒ Ta nytt blad för varje ny uppgift.
 - ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
 - ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
 - ☒ Numrera lösbladen löpande.
 - ☒ Använd inte röd penna.
 - ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

För godkänt resultat på tentamen krävs att båda kursmålen är bedömda med G

Kursmål	Betygskriterie G
Analysera och dimensionera statiskt obestämda stångbärverk.	Ställa upp erforderliga, jämvikts-, kompabilitet- och konstitutiva samband. Presentera en strukturerad lösningsmetod. Bedöma resultatets rimlighet
Analysera och dimensionera statiskt obestämda konstruktioner som utsätts för vridning.	Ställa upp erforderliga, jämvikts-, kompabilitet- och konstitutiva samband. Presentera en strukturerad lösningsmetod. Bedöma resultatets rimlighet.

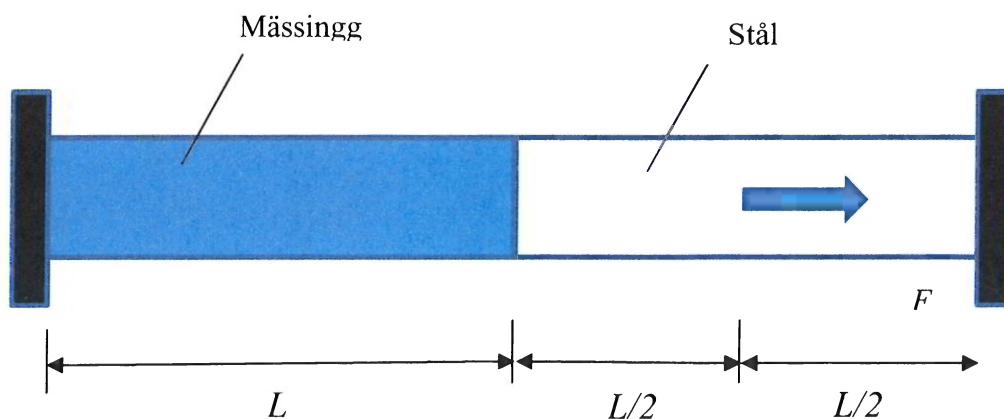
Godkänd bedömning krävs på minst en av uppgifterna 1a och 1b samt minst en av uppgifterna 2a och 2b.

Uppgift 1a

En stång består av två delar av olika material, en del mässing och en del stål enligt figur. Materialen är linjärt-elastiska och belastas med en kraft F mitt på ståldelen. Bestäm de normalspänningarna i stångens olika delar.

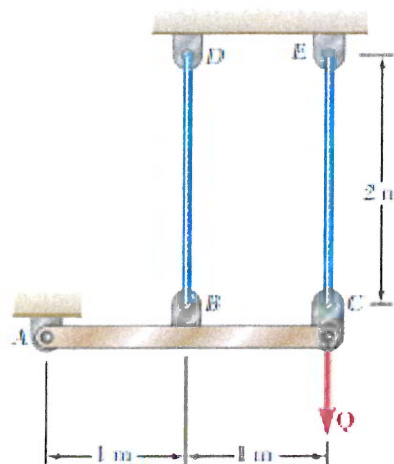
Tvärsnittet för stången är cirkulärt och har en diameter på d .

Data: $L = 600$ mm, $E_{\text{mässing}} = 110$ GPa, $E_{\text{stål}} = 220$ GPa, $d = 12$ mm, $F = 16$ kN



Uppgift 1b (U/G)

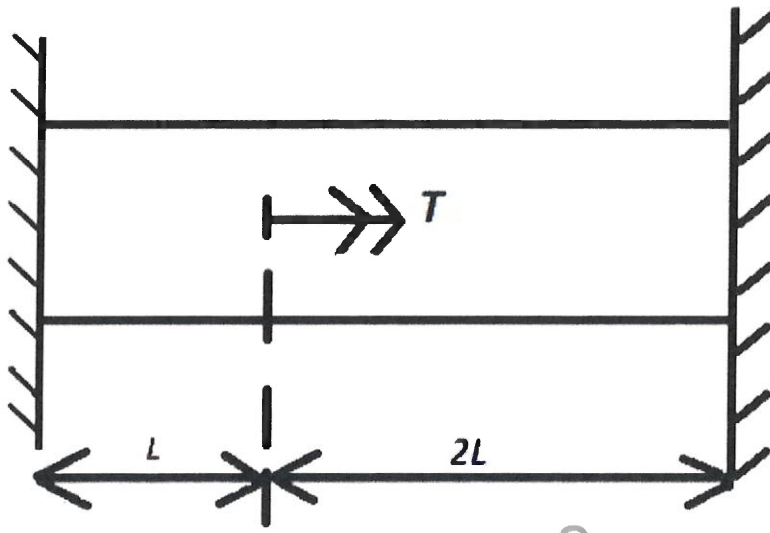
En stel bom ABC hänger i två linjärt-elastiska kablar enligt figur. Kablarna har en tvärsnittsarea på 75 mm^2 och en elasticitetsmodul på $E = 210$ GPa. Om $Q = 40$ kN bestäm spänningarna i kablarna.



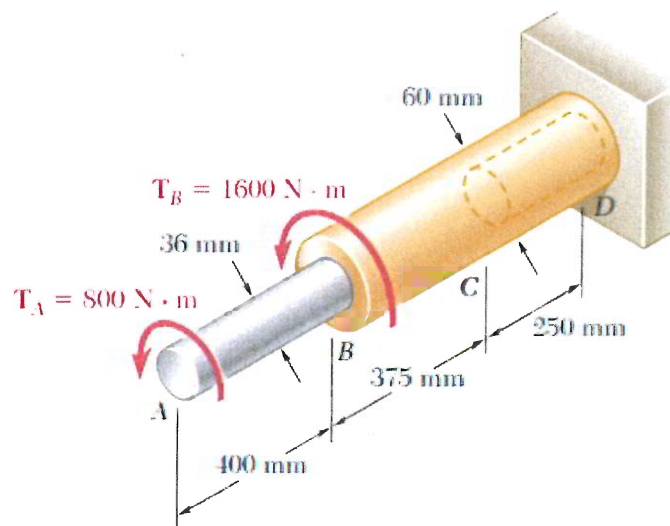
Uppgift 2a (U/G)

En axel av ett linjär-elastiskt material belastas med ett vridande moment T enligt nedanstående figur. Bestäm förvridningen i tvärsnittet där momentet T angriper. Materialet i axeln är linjärt-elastiskt. Axeln är av solitt tvärsnitt med radien 45 mm,

Givet: $T = 50 \text{ Nm}$, $G = 88 \text{ GPa}$, $L = 1,5 \text{ m}$

**Uppgift 2b (U/G)**

En axel är fast inspänd vid D och belastad enligt figuren nedan. Axeln består av två stycken material, Delaxeln AB är gjord av stål med skjuvmodulen $G_S = 77 \text{ GPa}$ och delaxeln BCD av koppar med skjuvmodulen $G_K = 48 \text{ GPa}$. Bestäm den totala vridningsvinkeln vid A. Hålet har en diameter på 36 mm.



Formler i hållfasthetslära

Grundläggande begrepp

$$\text{Normalspänning: } \sigma = \frac{N}{A}$$

$$\text{Medelskjuvspänning: } \bar{\tau} = \frac{T}{A}$$

$$\text{Normaltöjning: } \varepsilon = \frac{\delta}{L}$$

$$\text{Hållkanttryck: } \sigma_b = \frac{F}{A_{proj}}$$

$$\text{Säkerhetsfaktor: } n = \frac{\sigma_s}{\sigma_{till}}$$

$$\text{Hookes lag: } \sigma = E\varepsilon$$

$$\text{Stångförlängning: } \delta = \frac{NL}{EA}$$

$$\text{Vridning av axel: } \theta = \frac{ML}{GK_v}$$

Böjning

$$\text{Maximal normalspänning: } |\sigma|_{\max} = \frac{M}{W_b}$$

Vridning

$$\text{Maximal skjuvspänning: } \tau_{\max} = \frac{M_v}{W_v}$$

Transmission av rotationsrörelse och moment mellan axlar

$$\text{Förhållandet mellan vinkelhastighet } \omega \text{ och varvtal } n : \omega = \frac{2\pi n}{60}$$

$$\text{Motoreffekt: } P = M_v \cdot \omega$$

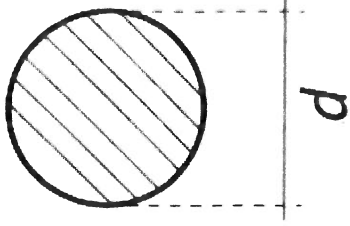
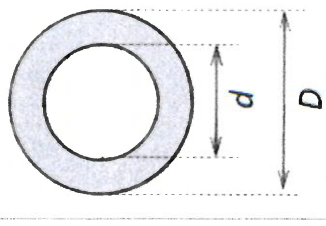
$$\text{Utväxling: } \frac{M_B}{M_A} = \frac{n_A}{n_B} = \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{r_B}{r_A} \quad \text{där } r_A \text{ och } r_B \text{ är kugghjulsradier}$$

Beteckningslista

σ : Normalspänning
 τ : Skjuvspänning
 ε : Normaltöjning
 E : Elasticitetsmodul
 G : Skjuvmodul
 σ_b : Hållkanttryck
 σ_s : Sträckgräns
 σ_{till} : Tillåten normalspänning
 n : Säkerhetsfaktor
 N : Normalkraft
 T : Tvärkraft
 F : Kraft

M : Moment
 A : Tvärsnittsarea
 A_{proj} : Projicerad area
 L : Längd
 δ : Förlängning
 θ : Förvridning
 W_b : Böjmotstånd
 I : Yttröghetsmoment
 W_v : Vridmotstånd
 K_v : Tvärsnittets vridstyvhetsfaktor
 ω : Vinkelhastighet
 P : Effekt

Tvärsnittsdata för några vanliga geometrier

Tvärsnitt	Tvärsnittets vridstyvhetsfaktor, K_v	Vridmotstånd, W_v
Massiv cylinder 	$\frac{\pi d^4}{32}$	$\frac{\pi d^3}{16}$
Cylindriskt rör 	$\frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$	$\frac{\pi}{16D} (D^4 - d^4)$