

Institutionen för Ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs: Hållfasthetslära III

Kurskod: MT347G

Högskolepoäng för tentamen: 6 hp

Datum: 2025-06-09

Skrivtid: 14:15-19:30

Ansvarig lärare: Niclas Strand

Hjälpmedel:

- Matematisk formelsamling och Beta
- Handbok och formelsamling i hållfasthetslära, KTH (utskrifter från denna är ok!)

- Anvisningar:
- ☒ Ta nytt blad för varje ny uppgift.
 - ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
 - ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
 - ☒ Numrera lösbladen löpande.
 - ☒ Använd inte röd penna.
 - ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser: Tentamen omfattar fyra problem om vardera 5 poäng.

Betyg: F om någon uppgift bedöms med 0 poäng

E $\geq$ 4 poäng

D $\geq$ 7 poäng

C $\geq$ 10 poäng

B $\geq$ 14 poäng

A $\geq$ 18 poäng

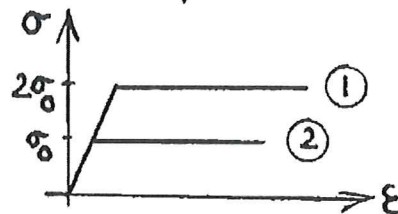
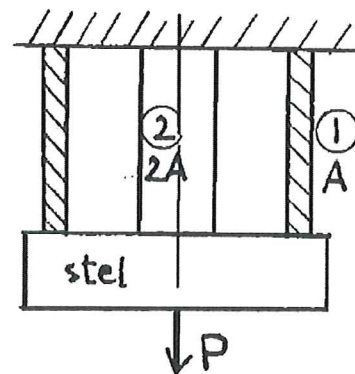
Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Uppgift 1 (5 poäng)

Systemet till höger består av ett rör (1) och en axel (2) som är monterade på en stel platta enligt figur. Axelns tvärsnittsarea är dubbelt så stor som rörets. Rörets och axelns material är båda elastiskt-idealplastiska och de har samma E -modul. Dock har rörets material dubbelt så hög sträckgräns som axelns, se spänning-töjningsdiagrammet nedan.

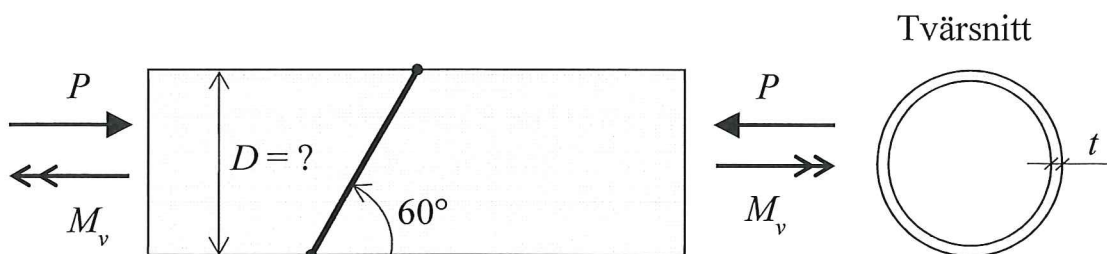
Systemet belastas med en ökande last, P , till dess att både axeln och röret plasticerar (systemet kollapsar). Från kollapsat tillstånd avlastas sedan systemet.



- Vid vilken last erhålls begynnande plasticering?
- Vid vilken last kollapsar systemet?
- Bestäm spänningstillståndet i röret och axeln efter avlastning.

Uppgift 2 (5 poäng)

Ett cirkulärt tunnväggigt ($t \ll D$) rör belastas samtidigt med ett vridande moment M_v och en tryckkraft P . Röret är sammanfogat av två delar med en svets som löper snett med vinkeln 60° tvärs röret.

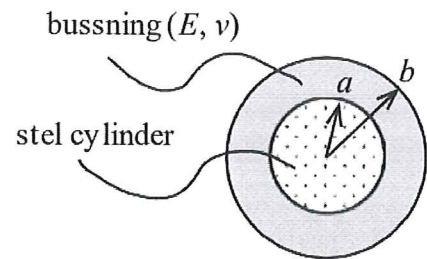


Data: $P = 300 \text{ kN}$; $M_v = 25 \text{ kNm}$; $t = 8 \text{ mm}$

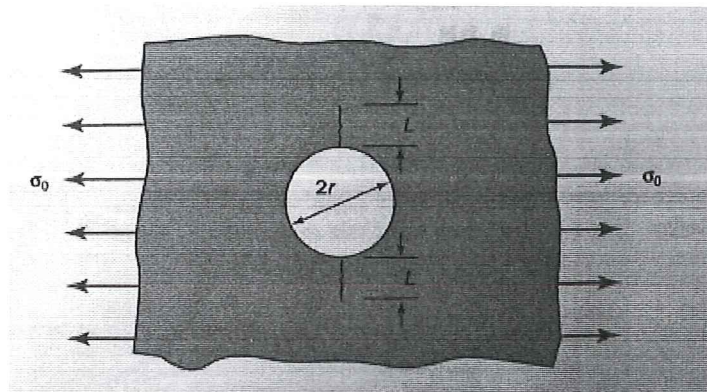
- Formulera uttryck för spänningstillståndet i en punkt på rörets mantelyta. Definiera ett lämpligt koordinatsystem och uttryck spänningskomponenterna enligt detta koordinatsystem.
- Använd uttrycken från a-uppgiften för att schematiskt illustrera spänningstillståndet genom att skissa Mohrs spänningscirkel.
- Anpassa diametern D så att endast tryckspänning uppstår på en snittyta som ligger längs med svetsen. Bestäm alltså D så att svetsytan blir fri från skjuvspänningar och endast tryckbelastad. Hur stor blir då tryckspänningen på svetsen?

Uppgift 3 (5 poäng)

En bussning, med elasticitetsmodulen E och Poisson's tal ν , har innerdiametern $2a$ och den monteras utanpå en cylinder som har en något större diameter. Cylindern har diametern $2b$ och kan betraktas som mycket styv. Plan spänning kan antas. Bestäm den största effektivspänningen i bussningen enligt Tresca.

**Uppgift 4 (5 poäng)**

Figuren nedan visar en stor (oändlig) platta som belastas med en dragande last. Materialet har brottsegheten K_{IC} . Plattan med ett centrerat hål har två sprickor som propagerat från hålet vinkelrätt mot lastriktningen.



- a) Identifiera lämpligt elementarfall och bestäm σ_0 vid brott för fallen $r \ll L$ respektive $r \gg L$.

- b) Undersök nu två alternativa metoder att uppskatta σ_0 vid brott. Uppskatta lasten (dragspänningen) σ_0 vid brott genom att använda både metod 1 och metod 2 som beskrivs nedan:

Metod 1: Anta att spänningsintensiteten K_I kan beräknas genom att istället studera en stor platta med en kantspricka av längden L som belastas i enaxlig dragning. För att ta hänsyn till spänningskoncentrationen pga. hålet antas denna dragspänning vara lika stor som maxspänningen i plattan ovan om man bortser från sprickorna, dvs. anta att plattan med kantspricka belastas med dragspänningen $3\sigma_0$.

Metod 2: Anta att hålets inverkan enbart är att sammanbinda sprickorna, dvs. anta att de två sprickorna verkar som en enda central spricka av längden $2r+2L$.

- c) För vilket r/L ger metod 1 och metod 2 samma σ_0 vid brott? Vad blir σ_0 vid brott för detta r/L enligt det elementarfall du identifierade i a-uppgiften?
- d) Vad blir σ_0 vid brott för metod 1 och metod 2 för fallen $r \ll L$ respektive $r \gg L$? Jämför dessa σ_0 vid brott med dina svar från a-uppgiften. För vilka r/L är metod 1 respektive metod 2 lämpliga att applicera?

Formulas for cylindrical bodies

Ulf Stigh, 2019-02-12

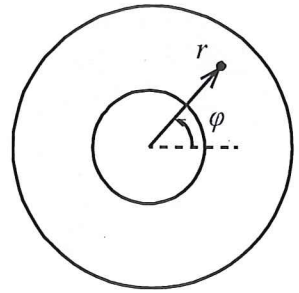
Notation

E = Young's modulus

ν = Poisson's ratio

ρ = Density

K_r = Force per unit volume ω = Angular velocity



Equilibrium with cylindrical symmetry

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\phi}{r} + K_r = 0$$

Solution to homogeneous equation ($K_r \equiv 0$)

$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \quad \sigma_\phi = A + \frac{B}{r^2}$$

Differential equation in radial displacement u assuming *plane stress*

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (ur) \right] = -\frac{1 - \nu^2}{E} K_r$$

Solution to homogeneous equation ($K_r \equiv 0$)

$$u = \frac{1}{E} \left[A(1 - \nu)r + (1 + \nu)\frac{B}{r} \right]$$

Solution in plane stress for thin rotating disc with centrifugal force $K_r = \rho\omega^2 r$

$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2} - \frac{3 + \nu}{8} \rho\omega^2 r^2 \quad \sigma_\phi = A + \frac{B}{r^2} - \frac{1 + 3\nu}{8} \rho\omega^2 r^2$$

$$u = \frac{1}{E} \left[A(1 - \nu)r + (1 + \nu)\frac{B}{r} - (1 - \nu^2)\frac{\rho\omega^2}{8} r^3 \right]$$