HÖGSKOLAN
I SKÖVDE

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs Matematik Bas 2, behörighetsgivande kurs

Delkurs

Kurskod MA012B

Högskolepoäng för tentamen 12 fup

Datum 2026-08-21

Skrivtid 8.15-12.30

Ansvarig lärare Jessica Tidblom

Berörda lärare Konstantinos Tsougkas

Hjälpmedel/bilagor Del I: Bifogat formelblad.
Del 2: Miniräknare och bifogat formelblad.

Övrigt Studenten får båda delarna samtidigt. Studenterna behöver lämna in lösningarna för DEL I innan de får tillgång tilll miniräknare och startar med för DEL II. Studenten kan vid behov påbörja DEL II utan räknare.

Anvisningar

- ☐ Ta nytt blad för varje lärare
- ☒ Ta nytt blad för varje ny fråga
- ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
- ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
- ☒ Numrera lösbladen löpande.
- ☒ Använd inte röd penna.
- ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser Tentamensbetyg G: 17 poäng
Tentamensbetyg VG: 27 poäng varav 7 poäng på VG-nivå.
Totalt antal möjliga poäng är 41.

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt

MA012B, Matematik Bas 2, behörighetsgivande kurs
2026-08-21, kl 8.15-12.30

Hjälpmedel:

- Del I: Bifogat formelblad.
- Del II: Bifogat formelblad och godkänd miniräknare.

Tentamen bedöms med betyg Väl godkänt(VG), Godkänt(G) eller Underkänt(U). Tentamen består av två delar: Del I och II och tillsammans kan de ge 41 poäng varav 14 VG-poäng.

Kravgräns för tentamensbetyget:

G: 17 poäng

VG: 27 poäng varav minst 7 poäng på VG-nivå.

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (G eller VG) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (2/1) att en korrekt lösning ger två poäng på G-nivå och ett poäng på VG-nivå.

Till uppgifter där endast svar krävs behöver du endast ge ett kort svar i avsedd område på uppgiftsbladet. Till andra uppgifter behöver du lämna fullständiga lösningar till alla uppgifter på lösblad. Använd nytt blad för varje uppgift.

För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara kortfattad, men tillräckligt utförlig och uppställd och formulerad så att tankegången lätt kan följas. Ett svar med t.ex. enbart värdet av en uträkning ger inte poäng. Numeriska värden kan anges som uttryck, lämpligt förenklade, där rotuttryck, logaritmer och exponentialuttryck kan ingå utöver *rena siffror*, om så behövs.

Namn:

Personnummer:

LYCKA TILL!

Del I: Digitala verktyg är inte tillåtna. Uppgifterna 1–5 kräver endast svar. Skriv ditt svar i svarsrutan under respektive uppgift. Uppgifterna 6–10 kräver fullständiga lösningar och skrivs på separat skrivpapper. När du är färdig med uppgifterna 1–10 lämnar du in Del I till skrivvakterna.

1. Lös ekvationen

$$\cos(x)\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-\sin(x)\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2},$$

där $0 \leq x < \pi$. (2/0)

Svar:

2. (a) Beräkna värdet av C om

$$C = |1-i|^2 + \int_2^\infty \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{8}}\, dx.$$

(0/1)

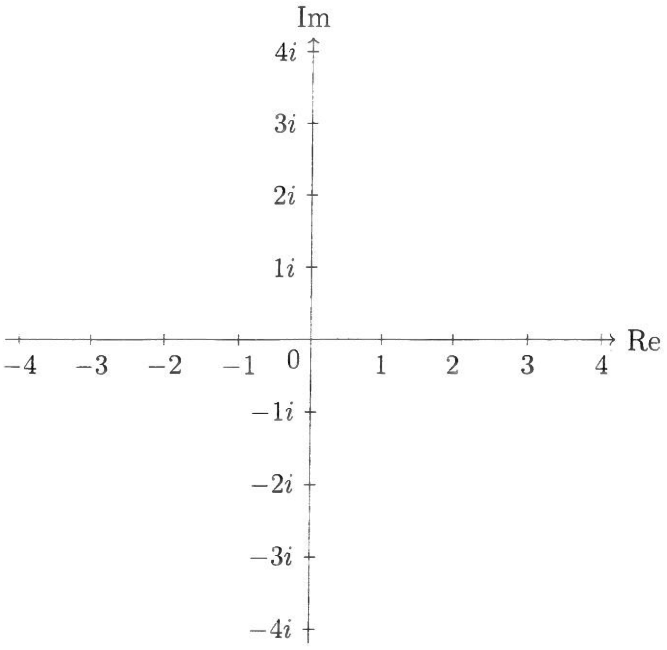
Svar:

(b) Låt funktionen $f(x) = 3\sin(kx) + B\cos(kx)$. Bestäm konstanterna $B < 0$ och $k > 0$ om amplituden är $A = 5$ och perioden är $p = 3$. (2/0)

Svar:

$B =$
$k =$

3. (a) Skissa mängden av alla komplexa tal där $\mathrm{Im}(z) \geq \mathrm{Re}(z)$ och $0 \leq \mathrm{Re}(z) \leq 3$. (1/0)



(b) Beräkna i^{103}. (1/0)

Svar:

4. Låt polynomet $p(x) = x^{2026} + x^{2025} + x^{2024} + \ldots + x^2 + x + 1$ eller med andra ord summan av alla monom x^n där $n = 0, 1, 2, 3, ..., 2026$. Vad blir resten r om vi dividerar polynomet $p(x)$ med $x - 1$? (0/2)

Svar:

5. (a) Beräkna $\mathrm{Im}(z)$ om $2z + 3 - 2i = 1 + \bar{z}$. (1/0)

Svar:

(b) Skriv talet z i polär form om $\bar{z} = -1 - i$. (2/0)

Svar:

(c) Låt ekvationen $z^4 = w$ där w är ett fixat tal som har $|w| = 1$. Ekvationen har flera lösningar. Vad är det största avståndet mellan två av lösningarna? (0/2)

Svar:

Uppgifterna 6–10 ska lösas på separat skrivpapper.

6. Lös ekvationen $x^3 - 6x^2 + 16x - 16 = 0$ där x även kan vara ett komplext tal. (2/0)

7. Derivera funktionerna:

   (a) $f(x) = e^{2x} \ln x$ (2/0)

   (b) $g(x) = \tan^2(x^2)$ (0/2)

8. Beräkna

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(t \sin^2 t - 4 \sin t \cos t + t \cos^2 t\right) \, dt.$$

(3/0)

9. Området mellan grafen till $f(x) = \dfrac{x^2}{4}$, x-axeln samt linjerna $x = 0$ och $x = 2$ roteras kring y-axeln. Bestäm rotationsvolymen. (2/0)

10. Låt funktionen vara $f(x) = \dfrac{x^2}{x-2}$.

    (a) Bestäm funktionens asymptoter. (2/0)

    (b) Bestäm funktionens extrempunkter och deras karaktär. (2/0)

    (c) Skissa grafen till funktionen i ett koordinatsystem. (0/1)

Del II: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat skrivpapper. Du kan påbörja arbetet med dessa uppgifter utan räknare i väntan på att få lämna in Del I.

11. Visa att

$$\cos(2v) = \frac{1 - \tan^2 v}{1 + \tan^2 v}.$$

(1/1)

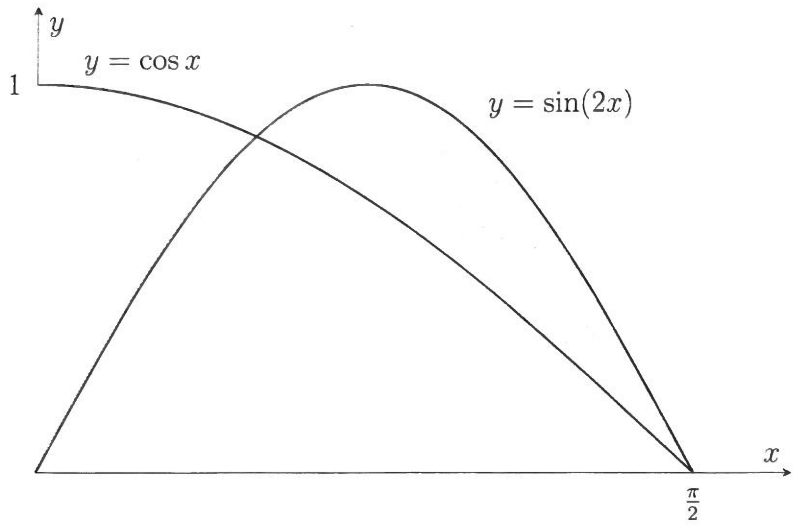
12. Bestäm alla komplexa tal z sådana att $|z - 1 - i| = |z + 3 - 3i|$. (0/2)

13. En cirkelformad oljefläck växer så att radien ökar med 0,4 m/min. Hur snabbt ökar oljefläckens area då radien är 15 m? (2/0)

14. (a) Bestäm alla lösningar till $z^4 = 16i$. Ge svaret endast i polär form. (2/0)

    (b) Låt $z = (\sqrt{3} + i)^n$ och $w = i^3$. Vilket är det minsta positiva heltalet n sådant att $\arg(z) = \arg(w)$? (0/2)

15. Beräkna arean av det skuggade området. (0/2)



Formelblad matematik 4

Algebra

Regler

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \qquad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Andragradsekvationer

$$x^2 + px + q = 0 \qquad x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \qquad x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Aritmetik

Prefix

T	G	M	k	h	d	c	m	µ	n	p
tera	giga	mega	kilo	hekto	deci	centi	milli	mikro	nano	piko
10^{12}	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{2}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Potenser

$$a^x a^y = a^{x+y} \qquad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad (a^x)^y = a^{xy} \qquad a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$a^x b^x = (ab)^x \qquad \frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x \qquad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \qquad a^0 = 1$$

Geometrisk summa

$$a + ak + ak^2 + \ldots + ak^{n-1} = \frac{a(k^n - 1)}{k - 1} \quad \text{där } k \neq 1$$

Logaritmer

$$y = 10^x \Leftrightarrow x = \lg y \qquad y = \mathrm{e}^x \Leftrightarrow x = \ln y$$

$$\lg x + \lg y = \lg xy \qquad \lg x - \lg y = \lg \frac{x}{y} \qquad \lg x^p = p \cdot \lg x$$

Absolutbelopp

$$|a| = \begin{cases} a & \text{om } a \geq 0 \\ -a & \text{om } a < 0 \end{cases}$$

© Skolverket

Funktioner och samband

Räta linjen

$y = kx + m$ $\qquad k = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$k_1 \cdot k_2 = -1$, villkor för vinkelräta linjer

$ax + by + c = 0$, där inte både a och b är noll

Andragradsfunktioner

$y = ax^2 + bx + c \qquad a \neq 0$

Potensfunktioner

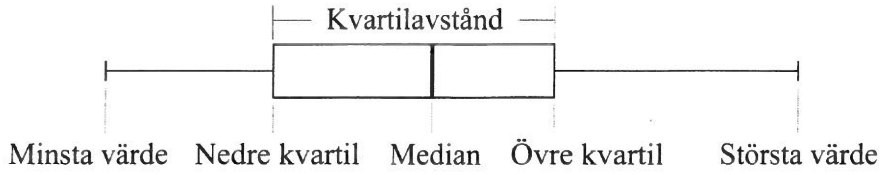
$y = C \cdot x^a$

Exponentialfunktioner

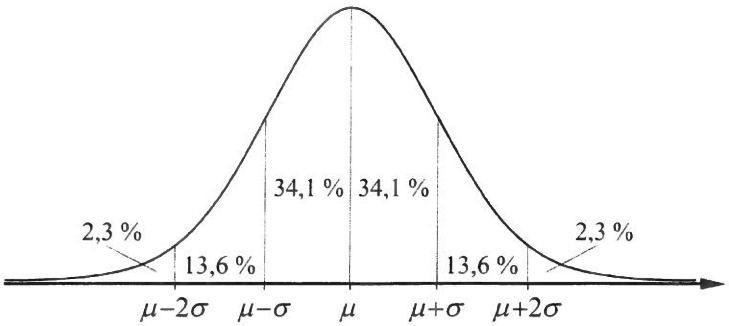
$y = C \cdot a^x \qquad a > 0$ och $a \neq 1$

Statistik och sannolikhet

Lådagram



Normalfördelning



Täthetsfunktion för normalfördelning

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

© Skolverket

Differential- och integralkalkyl

Derivatans definition $f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

Derivator

Funktion	Derivata
x^n där n är ett reellt tal	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x \quad (x > 0)$	$\frac{1}{x}$
$a^x \quad (a > 0)$	$a^x \ln a$
e^x	e^x
e^{kx}	$k \cdot e^{kx}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
$k \cdot f(x)$	$k \cdot f'(x)$
$f(x) + g(x)$	$f'(x) + g'(x)$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)} \quad (g(x) \neq 0)$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$

Kedjeregeln

Om $y = f(z)$ och $z = g(x)$ är två deriverbara funktioner så gäller för $y = f(g(x))$ att

$y' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ eller $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}$

© Skolverket

Integralkalkylens fundamentalsats

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a) \quad \text{där } F'(x) = f(x)$$

Primitiva funktioner

Funktion	Primitiva funktioner
k	$kx + C$
$x^n \quad (n \neq -1)$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\dfrac{1}{x}$	$\ln x + C \quad (x > 0)$
$a^x \quad (a > 0,\ a \neq 1)$	$\dfrac{a^x}{\ln a} + C$
e^x	$\mathrm{e}^x + C$
e^{kx}	$\dfrac{\mathrm{e}^{kx}}{k} + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$

Rotationsvolym

$$V = \pi \cdot \int_a^b y^2\,\mathrm{d}x \quad \text{rotation runt } x\text{-axeln}$$

$$V = \pi \cdot \int_a^b x^2\,\mathrm{d}y \quad \text{rotation runt } y\text{-axeln}$$

Komplexa tal

Representation

$z = a + b\mathrm{i}$ Rektangulär form

$z = r(\cos v + \mathrm{i}\sin v)$ Polär form

$z = r\mathrm{e}^{\mathrm{i}v}$ Exponentiell form

Argument

$$\arg z = v \qquad \tan v = \frac{b}{a}$$

Absolutbelopp

$$|z| = r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Konjugat

$$\overline{z} = a - b\mathrm{i}$$

Räknelagar

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2(\cos(v_1 + v_2) + \mathrm{i}\sin(v_1 + v_2))$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(v_1 - v_2) + \mathrm{i}\sin(v_1 - v_2))$$

de Moivres formel

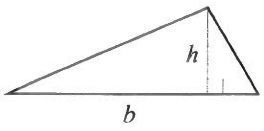
$$z^n = (r(\cos v + \mathrm{i}\sin v))^n = r^n(\cos nv + \mathrm{i}\sin nv)$$

© Skolverket

Geometri

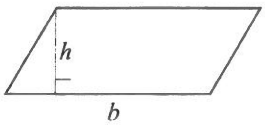
Triangel

$$A = \frac{bh}{2}$$



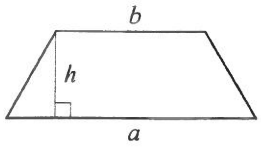
Parallellogram

$$A = bh$$



Parallelltrapets

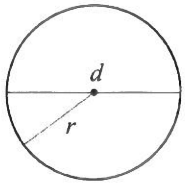
$$A = \frac{h(a+b)}{2}$$



Cirkel

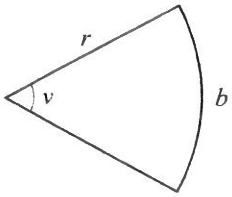
$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$O = 2\pi r = \pi d$$



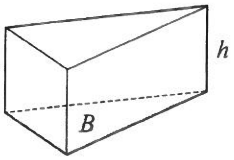
Cirkelsektor

v mäts i grader	v mäts i radianer
$b = \frac{v}{360^\circ} \cdot 2\pi r$	$b = vr$
$A = \frac{v}{360^\circ} \cdot \pi r^2 = \frac{br}{2}$	$A = \frac{vr^2}{2} = \frac{br}{2}$



Prisma

$$V = Bh$$

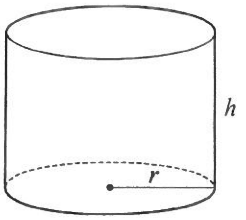


Cylinder

$$V = \pi r^2 h$$

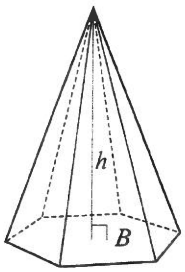
Mantelarea

$$A = 2\pi rh$$



Pyramid

$$V = \frac{Bh}{3}$$

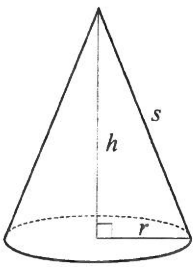


Kon

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Mantelarea

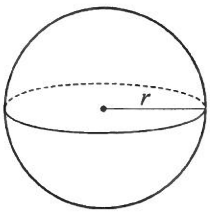
$$A = \pi rs$$



Klot

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$A = 4\pi r^2$$

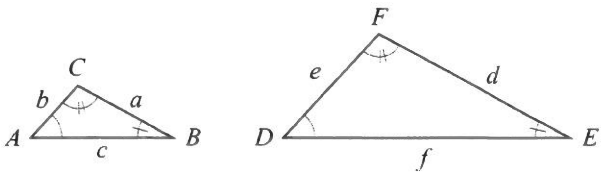


© Skolverket

Likformighet

Trianglarna ABC och DEF är likformiga

om $\frac{a}{d}=\frac{b}{e}=\frac{c}{f}$



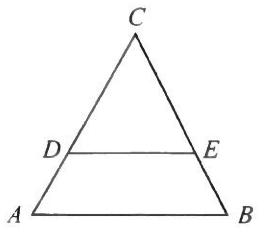
Skala Areaskalan = (Längdskalan)^2 Volymskalan = (Längdskalan)^3

Topptriangelsatsen

$\frac{DE}{AB}=\frac{CD}{AC}=\frac{CE}{BC}$

Transversalsatsen

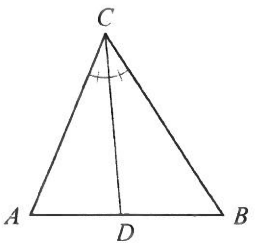
$\frac{CD}{AD}=\frac{CE}{BE}$



DE är parallell med AB

Bisektrissatsen

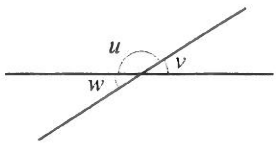
$\frac{AD}{BD}=\frac{AC}{BC}$



Vinklar

$u+v=180°$ Sidovinklar

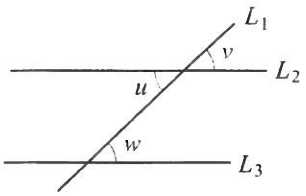
$w=v$ Vertikalvinklar



L_1 skär två parallella linjer L_2 och L_3

$v=w$ Likbelägna vinklar

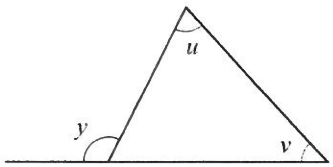
$u=w$ Alternatvinklar



Vinkelsumman S i en n-hörning: $S=(n-2)\cdot 180°$

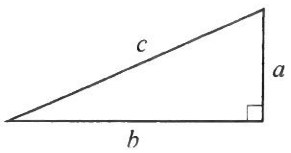
Yttervinkelsatsen

$y=u+v$



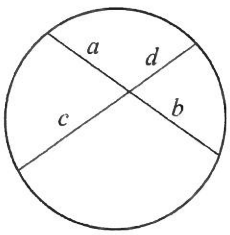
Pythagoras sats

$a^2+b^2=c^2$



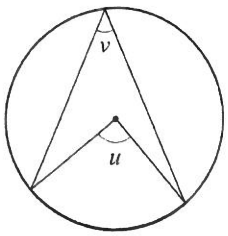
Kordasatsen

$ab=cd$



Randvinkelsatsen

$u=2v$



Avståndsformeln

$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

Mittpunktsformeln

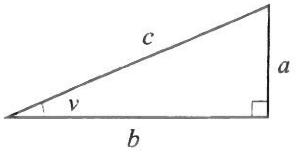
$x_m=\frac{x_1+x_2}{2}$ och $y_m=\frac{y_1+y_2}{2}$

© Skolverket

Trigonometri

Definitioner

Rätvinklig triangel

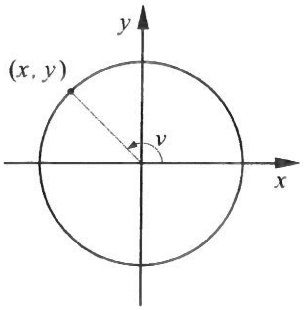


$$\sin v = \frac{a}{c}$$

$$\cos v = \frac{b}{c}$$

$$\tan v = \frac{a}{b}$$

Enhetscirkel



$$\sin v = y$$

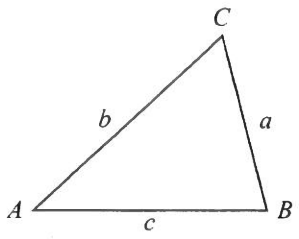
$$\cos v = x$$

$$\tan v = \frac{y}{x}$$

Sinussatsen $\dfrac{\sin A}{a} = \dfrac{\sin B}{b} = \dfrac{\sin C}{c}$

Cosinussatsen $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

Areasatsen $T = \dfrac{ab\sin C}{2}$



Trigonometriska formler

$$\sin^2 v + \cos^2 v = 1$$

$$\sin(u+v) = \sin u\cos v + \cos u\sin v$$

$$\sin(u-v) = \sin u\cos v - \cos u\sin v$$

$$\cos(u+v) = \cos u\cos v - \sin u\sin v$$

$$\cos(u-v) = \cos u\cos v + \sin u\sin v$$

$$\sin 2v = 2\sin v\cos v$$

$$\cos 2v = \begin{cases} \cos^2 v - \sin^2 v & (1) \\ 2\cos^2 v - 1 & (2) \\ 1 - 2\sin^2 v & (3) \end{cases}$$

$a\sin x + b\cos x = c\sin(x+v)$ där $c = \sqrt{a^2+b^2}$ och $\tan v = \dfrac{b}{a}$

© Skolverket

Trigonometriska funktionsvärden

Vinkel v									
(grader)	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
(radianer)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin v$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos v$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan v$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Ej def.	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

© Skolverket