

Institutionen för ingenjörsvetenskap

Kurs: Flervariabelanalys G1F, 7,5 hp

Examinationsmoment Salstentamen

Kurskod MA305G

Högskolepoäng för examinationsmomentet 6,5

Datum 2026-06-02

Tentamenstid 14:15 – 19:30

Jourhavande lärare Konstantinos Tsoukias,
Stefan Karlsson

Kan nås på telefon

Besöker skrivningen ☒ Ja
☐ Nej

Hjälpmedel och övriga upplysningar till skrivvakter

- Miniräknare ☐ Högskolans miniräknare
☐ Studentens miniräknare
☒ Ej tillåten

Vid egen uppkopiering ange antalet kopior _____

Anvisningar till lärare

Alla tentamensformulär ska lämnas in på reprocentralen.

- **För kopiering av tentamen** ska inlämning av originalexemplar ske senast 6 arbetsdagar före tentamenstillfället. Antal exemplar som ska kopieras upp fylls i av reprocentralen i rutan nedan.
- **Färdigkopierad tentamen** ska lämnas in senast 3 arbetsdagar före tentamenstillfället. Meddela tentamensadministrationen i god tid när inlämningen kommer att ske. Tentamen överlämnas direkt till personal på reprocentralen (ej via internpost). Vid egen uppkopiering ange antalet kopior i rutan ovan.

Inlämning ska ske på reprocentralens öppettider.

FYLLS I AV ADMINISTRATIONEN

Antal uppkopierade exemplar _____

Antal anmälda _____

Inga hjälpmedel utöver bifogat formelblad. Ej räknedosa.

Tentamen bedöms med betyg godkänd, väl godkänd eller underkänd.

Tentamen innehåller 8 uppgifter, vardera värda 5 poäng för totalt 40 poäng.

Kriterier för godkänt betyg: Minst 20/40.

Kriterier för väl godkänt betyg: Minst 30/40.

Alla uppgifter ska ha fullständiga och tydliga lösningar som är väl motiverade. Skriv inte lösningarna till flera uppgifter på ett och samma blad. Skriv inte på båda sidor av ett ark.

1. Låt

$$f(x, y) = \frac{y^2}{2} + e^{2x+4y}.$$

(a) Visa att $f(x, y)$ uppfyller den partiella differentialekvationen

$$2\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y} = -y.$$

(b) Bestäm en ekvation till tangentplanet till ytan $z = f(x, y)$ i punkten $(x, y, z) = (0, 0, 1)$.

2. Låt

$$f(x, y) = x^2y + \cos(\pi y).$$

(a) Beräkna riktningsderivatan $D_{\mathbf{v}}f(2, 0)$ i riktning $\mathbf{v} = (1, -1)$.

(b) För $g(t) = f(x(t), y(t))$, bestäm $g'(0)$ givet att

$$x(t) = 2 + t^2, \quad y(t) = 3t.$$

3. Låt

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 2y.$$

(a) Måste $f(x, y)$ anta ett största och ett minsta värde på diskområdet

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 25\}?$$

Motivera i så fall varför, och bestäm dessa extremvärden, och var de antas.

(b) Undersök om f har något största värde på hela $\mathbb{R}^2$. I så fall var antas det?

4. (a) Beräkna integralen

$$\iint_D (x^2 + y^2) dA$$

över området

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 36, x \leq 0, y \geq 0\}.$$

(b) Bestäm kurvintegralen

$$\int_C xy^2 ds,$$

där C är linjen från $(0, 0)$ till $(2, 4)$.

Flervariabelanalys: Koordinatsystem & Formler

Koordinatsystem

Polära Koordinater (2D)

Kartesiska till Polära:

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (r \geq 0)$$
$$\tan \theta = \frac{y}{x} \quad (\text{justera kvadrant})$$

Polära till Kartesiska:

$$x = r \cos \theta$$
$$y = r \sin \theta$$

Areaelement: $dA = dx dy = r dr d\theta$

Cylindriska Koordinater (3D)

Kartesiska till Cylindriska:

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (r \geq 0)$$
$$\tan \theta = \frac{y}{x} \quad (\text{justera kvadrant})$$
$$z = z$$

Cylindriska till Kartesiska:

$$x = r \cos \theta$$
$$y = r \sin \theta$$
$$z = z$$

Volymelement: $dV = dx dy dz = r dz dr d\theta$

Sfäriska Koordinater (3D)

(Konvention: R = avstånd från origo, ϕ = vinkel från positiva z -axeln ($0 \leq \phi \leq \pi$), θ = vinkel från positiva x -axeln i xy -planet ($0 \leq \theta < 2\pi$))

Kartesiska till Sfäriska:

$$R^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad (R \geq 0)$$
$$\tan \theta = \frac{y}{x} \quad (\text{justera kvadrant})$$
$$\cos \phi = \frac{z}{R} \quad \text{och} \quad \phi = \arccos\left(\frac{z}{R}\right)$$

Sfäriska till Kartesiska:

$$x = R \sin \phi \cos \theta$$
$$y = R \sin \phi \sin \theta$$
$$z = R \cos \phi$$

Volymelement: $dV = dx dy dz = R^2 \sin \phi dR d\phi d\theta$

Trigonometriska Identiteter och Värden

Grundläggande Identiteter

- Dubbla Vinkeln:

$$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$$
$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$
$$\tan(2x) = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

- Halva Vinkeln:

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}, \quad \sin^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$