HÖGSKOLAN
I SKÖVDE

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs: Matematik för Ingenjörer II, 3 hp

Prov: Salstentamen

Kurskod: MA128G

Högskolepoäng för tentamen: 2

Datum: 2026-08-21

Skrivtid: 08:15 – 12:30

Ansvarig lärare: Yohannes Aklilu

Hjälpmedel/bilagor : formelblad bifogas

Övrigt

Anvisningar

- ☐ Ta nytt blad för varje lärare
- ☒ Ta nytt blad för varje ny fråga
- ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
- ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
- ☒ Numrera lösbladen löpande.
- ☒ Använd inte röd penna.
- ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Tentamen bedöms med betyg Väl godkänd (VG), Godkänd (G) eller Underkänd (U)

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt

Matematik för Ingenjörer II, MA128G **2026-08-21**, kl 08:15-12:30

Hjälpmedel:

- Bifogat formelblad och linjal

Tentamen bedöms med betyg Väl-godkänd(VG), Godkänd(G) eller Underkänd(U) utifrån hur väl dina lösningar visar på uppfyllda betygskriterier för kursmålen. Varje uppgift kan ge upp till 6 poäng, totalt 36. För G krävs totalt minst 18 poäng, för VG minst 28.

För att få poäng på en uppgift krävs en redovisning som leder fram till ett korrekt svar eller slutsats. Redovisningen ska vara kortfattad, men tillräckligt utförlig och uppställd och formulerad så att tankegången lätt kan följas. Ett svar med t.ex. enbart värdet av en uträkning blir underkänt. Numeriska värden kan anges som uttryck, lämpligt förenklade, där rotuttryck, logaritmer och exponentialuttryck kan ingå utöver *rena siffror*, om så behövs.

För att bli Väl-Godkänd (VG) krävs en godkänd redovisning och dessutom välgrundade och nyanserade matematiska resonemang som leder fram till korrekt svar eller slutsats. Redovisningen ska vara väl formulerat och analyserat, och dra relevanta slutsatser om lösningarnas karaktär på ett logiskt och konsistent sätt.

Kursens mål

Följande mål skall bedöms genom denna examination:

3 hantera funktioner som bildas som kombinationer av elementära funktioner, inklusive gränsvärde och derivata,

4 tillämpa derivata i olika sammanhang som att skissa grafer, analysera olikheter och optimera,

5 tolka matematisk text inom området samt kommunicera resonemang och beräkningar på ett tydligt och förståeligt sätt.

LYCKA TILL! YA

Examinationsuppgifter

Skriv dina lösningar på separat papper. Använd nytt blad för varje upppgift.

1. Bestäm följande gränsvärden. (2p/uppgift)

   (a) $\lim_{x\to\infty} \frac{3x^2-2x+1}{x^2-4}$.

   (b) $\lim_{x\to 0} \frac{\tan(4x)}{x}$.

   (c) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{3x+1}-1}{2x}$.

2. (3p/uppgift)

   (a) Figur 1 visar kurvan till funktionen $y = f(x)$ på intervallet $-8 \leq x \leq 8$. Svara med motivering på frågorna nedan med hjälp av figuren.

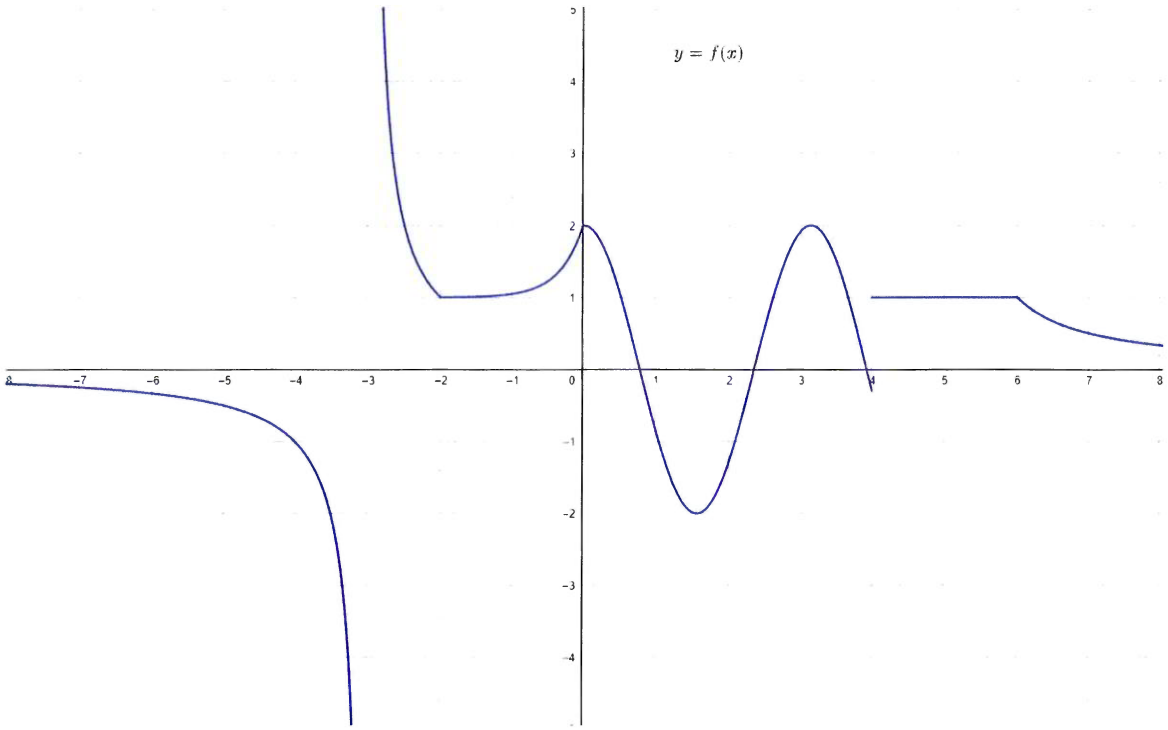
   i. Bestäm den punkten (eller de punkter) i vilken funktionen *inte* är kontinuerlig.

   ii. Bestäm $\lim_{x\to 0} f(x)$, eller motivera varför gränsvärdet inte existerar.

   iii. Bestäm $\lim_{x\to 4^+} f(x)$, eller motivera varför gränsvärdet inte existerar.

   iv. Bestäm the största och minsta värdet på intervallet $0 \leq x \leq 4$.

   v. Bestäm derivatan $f'(-2)$ eller motivera varför derivatan inte existerar.



Figur 1: För uppgift 2(a).

   (b) För funktionen f gäller att $f(x) = x^2 - 3x$. Använd derivatans definition och bestäm $f'(1)$.

3. Bestäm derivatan för följande funktioner med valfria deriveringsregler. (2p/uppgift)

(a) $f(t) = \frac{t^4-2t^3+1}{t^2}$

(b) $g(x) = \ln(2x) \cdot \sin(3x+1)$

(c) $h(x) = \cos x \cdot 2^{3x}$

4. (3p/uppgift)

(a) Skissa en grafen till en funktion $y = f(x)$ som uppfyller följande villkoren:

- $f'(-1) = 0$ och $f(-1) = 2$.
- $f'(2)$ existerar inte, men f är kontinuerlig i punkten $x = 2$ och $f(2) = -3$.
- $f'(x) < 0$ om $-1 < x < 2$; $f'(x) > 0$ om $x < -1$ eller $x > 2$.
- $f''(x) < 0$ om $x < 0$ eller $x > 2$; $f''(x) > 0$ om $0 < x < 2$.
- $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$ och $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \infty$.

(b) För funktionen f gäller att $f(x) = 3x^2 - x^3$.

i. Bestäm funktionens lokala minimum punkt.

ii. En rätt linje går genom den lokala minimum punkten till kurvan $y = f(x)$. Linjen tangerar kurvan i en annan punt. Bestäm den punktens koordinater.

5. För funktionen f gäller att $f(x) = \frac{4x^2-4x+1}{x^2-1}$. (2p/uppgift)

(a) Hitta de eventuella vertikala och horisontella asymptoter till grafen för $y = f(x)$.

(b) Bestäm med hjälp av derivata intervallen i vilken funktionen växer respektive avtar.

(c) Bestäm punkten/punkterna (dvs. x-värden) i vilken funktionens graf har lokala maximi- och minimivärden.

6. (3p/uppgift)

(a) För funktionen f gäller att $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$. Bestäm konstanterna a, b och c så att $f(x)$ har ett lokalt maximum på x-axeln och ett lokal minimum $(0, -4)$ på y-axeln. Ange också $f(x)$.

(b) En person vill inhägna en rektangulär trädgård med 80 meter stängsel. Bestäm måtten (längd och bredd) så att arean blir så stor som möjligt.

En variabel analys

Trigonometriska identiteter

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$$

$$\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 1 - 2\sin^2 a = 2\cos^2 a - 1$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Trigonometriska värden för vinkel v

v [°]	0	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	360°
v [rad]	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	2π
$\sin v$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
$\cos v$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	-1	1

Några formler/regler

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$$

Ekvationen $ax^2 + bx + c = 0$ har lösning $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

Gränsvärdet

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^x = e^k,$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1,$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x} = 0.$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^p}{a^x} = 0, \qquad (a > 1)$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{a^x - 1}{x} = \ln a, \qquad (a > 0).$$

Derivatans definition

$$f'(a) = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

$$= \lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

Derivatan för elementärfunktioner samt deriveringsregler	
$f(x)$	$f'(x)$
x^n, där $n \in \mathbb{R}$	$n\,x^{n-1}$
e^x	e^x
e^{kx}, k är konstant.	$k \cdot e^{kx}$
a^x	$\ln a \cdot a^x$
a^{kx}, k är konstant.	$\mathrm{k} \cdot \ln a \cdot a^{kx}$
$\ln\lvert x\rvert$	$\frac{1}{x}$
$\ln\lvert kx\rvert$	$\frac{1}{x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\log_a kx$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\sin x$	$\cos x$
$\sin kx$	$\mathrm{k} \cdot \cos kx$
$\cos x$	$-\sin x$
$\cos kx$	$-\mathrm{k} \cdot \sin\ kx$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
Låt $f(x)$ och $g(x)$ vara två funktioner.	
$F(x)$	$F'(x)$
$f(x) \pm g(x)$	$f'(x) \pm g'(x)$
$f(x) \cdot g\ (x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x)g'(x)$
$kf(x)$	$kf'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$
$f \circ g\ (x) = f(g(x))$	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$
$f(kx + m)$	$k \cdot f'(kx + m)$