

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs: Matematik för ingenjörer I

Examinationsmoment: 2001 Salstentamen

Kurskod: Ma127G

Högskolepoäng för examinationsmomentet: 2

Datum: 2025-08-22

Tentamenstid: 8:30 – 12:30

Ansvarig lärare: Stefan Karlsson

Berörda lärare: Stefan Karlsson, Yohannes Aklilu

Hjälpmedel/bilagor: Formelblad bifogas, inga andra hjälpmedel utöver skrivdon

Övrigt

Anvisningar

- ☐ Ta nytt blad för varje lärare
- ☒ Ta nytt blad för varje ny fråga
- ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
- ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
- ☒ Numrera lösbladen löpande.
- ☒ Använd inte röd penna.
- ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser

G: ≥ 21

VG: ≥ 32

Max: 42

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt 4

Kurs: MA127 Matematik för ingenjörer I

Tentamensdag: 2025-08-22

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel utöver bifogat formelblad. Ej räknedosa.

Tentamen bedöms med betyg Väl godkänd (VG), Godkänd (G) eller Underkänd (U), utifrån hur väl inlämnade lösningar visar på uppfyllda kursmål. Varje avdelning kan ge upp till 6 poäng, totalt 42. För G krävs totalt minst 21 poäng, för VG minst 32.

Beskriv lösningen av uppgiften på ett läsbart sätt där man logiskt lätt kan följa hur du når målet och så att det inte är tveksamt att slutsatsen gäller. Motivera det som inte är uppenbart, gärna i koncis text. Skriv inte mer än en uppgift på varje blad.

1. Skriv följande rationella uttryck som en kvot av två polynom, förenklade så gott det går. Polynomen får dock gärna vara på faktorform som till exempel $\frac{(x+7)(x-3)}{x(x+1)}$ istället för $\frac{x^2+4x-21}{x^2+x}$.

(a) $(1-x) \left(\frac{x}{x+2} - \frac{x+1}{x} \right)$

(b) $\frac{\frac{x+1}{x+2} - \frac{x+3}{x-4}}{\frac{1}{x} + x}$

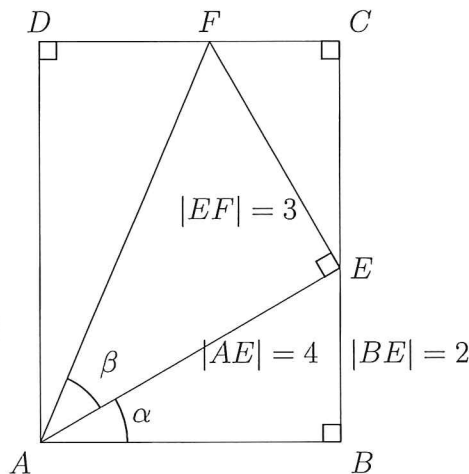
2. Uttryck lösningsmängderna för följande olikheter som intervall eller unioner av intervall (t.ex. $] -\infty, 5] \cup [6, 7[$).

(a) $|7 - 2x| < 9$

(b) $x^2 - 8x + 12 > 0$

(c) $\frac{(x^2 + 9)(x^2 - 9)}{x^2 - 8x + 12} \geq 0$.

3. I figuren nedan är $ABCD$ en rektangel med en inskriven rätvinklig triangel AEF där hörnen E och F ligger på sidorna BC respektive CD . $|PQ|$ betecknar i figuren avståndet (i någon enhet) mellan två punkter P och Q .



(a) Vad är värdet av $\sin \alpha$?

(b) Vad är värdet av $\cos \beta$?

(c) Bestäm rektangelns höjd $|BC|$.

Uttryck om möjligt alla värden på formen $\frac{a}{d}$ eller $\frac{a+b\sqrt{c}}{d}$ där $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$.

4. (a) Skriv $\frac{2^2\sqrt{2}}{16}$ som en 2-potens, med exponenten på bråkform (dvs på formen $5^{a/b}$, med heltal a och b).
- (b) Uttryck $^2\log(16/\sqrt{8})$ på bråkform (a/b , $a, b \in \mathbb{Z}$).
5. (a) Bestäm medelpunkt och radie för cirkeln med ekvation $x^2 - 6x + y^2 - 4y + 9 = 0$.
- (b) Avgör om linjen $y = x$ skär cirkeln och i så fall vad koordinaterna för skärningspunkterna är. (Uttryck om möjligt koordinaterna på formen $a + \sqrt{b}$ där a och b är rationella tal på bråkform.)

6. Låt

$$f(x) = 8 \sin\left(\frac{\pi}{12}x - \frac{\pi}{2}\right) + 4.$$

- (a) Bestäm de värden på x där $f(x)$ antar sitt minimala respektive maximala värde. Skissa grafen $y = f(x)$ för $x \in [-24, 24]$ och markera de punkter på grafen där $f(x)$ har maximalt respektive minimalt värde och ange deras koordinater. Välj lämplig skala på x - resp y -axel.
- (b) Bestäm *alla* lösningar till ekvationen $f(x) = 0$ och markera på grafen de punkter där linjen $y = 0$ skär grafen $y = f(x)$ inom intervallet $[-24, 24]$.
7. Ett ämne bryts ner kontinuerligt så att 5 % försvinner per år.
- (a) Sätt upp ett uttryck för hur mycket det finns kvar efter $t = x$ år om det fanns en mängd M_0 av ämnet vid $t = 0$.
- (b) Hur lång är halveringstiden, dvs hur lång tid tar det för den ursprungliga mängden av ämnet att halveras? Använd naturliga logaritmen ($\ln$) för att uttrycka tiden.

Lycka till! /SK

Intervallnotation

$]a, b[= (a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$		öppet, begränsat intervall
$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$		slutet, begränsat intervall
$[a, b[= [a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$		halvöppet, begränsat intervall
$]a, b] = (a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$		halvöppet, begränsat intervall
$]a, \infty[= (a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$		öppet, nedåt begränsat intervall
$[a, \infty[= [a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$		slutet, nedåt begränsat intervall
$] - \infty, b[= (-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$		öppet, uppåt begränsat intervall
$] - \infty, b] = (-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$		slutet, uppåt begränsat intervall
$] - \infty, \infty[= (-\infty, \infty) = \mathbb{R}$		obegränsat intervall

Trigonometriska identiteter

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\cos(-v) = \cos v$$

$$\sin(-v) = -\sin v$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

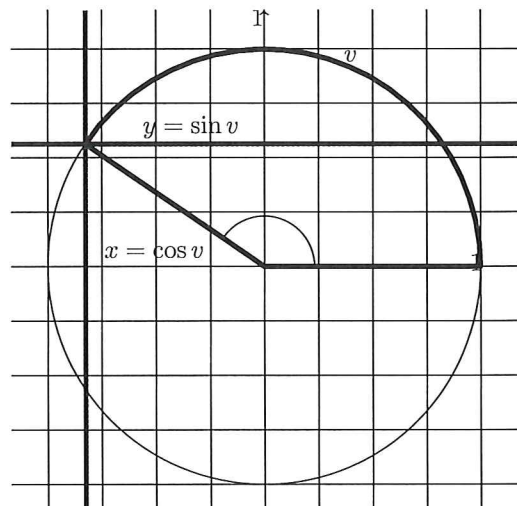
$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

Sinus- och cosinusvärden för standardvinklar i första kvadranten

Vinkelmått i grader	0°	30°	45°	60°	90°
Vinkelmått i radianer	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
Sinusvärde	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cosinusvärde	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

Sinus och cosinus i enhetscirkeln



Logaritmer

$$x = {}^a\log y \iff y = a^x, \quad a > 0, y > 0;$$

$${}^a\log(bc) = {}^a\log b + {}^a\log c;$$

$${}^a\log(b^k) = k \cdot {}^a\log b.$$

$$\ln x = {}^e\log x$$

$${}^b\log c = \frac{{}^a\log c}{{}^a\log b};$$

$${}^a\log(b/c) = {}^a\log b - {}^a\log c;$$

$$\lg x = {}^{10}\log x$$