

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs Matematik 3, behörighetsgivande kurs och Matematik för tekniker G1N

Delkurs

Kurskod MA010B/MA137G

Högskolepoäng för tentamen 12 fup

Datum 2025-01-16

Skrivtid 14.15-18.30

Ansvarig lärare Jessica Tidblom

Berörda lärare Konstantinos Tsoukas

Hjälpmedel/bilagor Del I: Bifogat formelblad.
Del 2: Miniräknare och bifogat formelblad.

Övrigt Studenten får båda delarna samtidigt. Studenterna behöver lämna in lösningarna för DEL I innan de får tillgång till miniräknare och startar med för DEL II. Studenten kan vid behov påbörja DEL II utan räknare.

Anvisningar

- ☐ Ta nytt blad för varje lärare
- ☒ Ta nytt blad för varje ny fråga
- ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
- ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
- ☒ Numrera lösbladen löpande.
- ☒ Använd inte röd penna.
- ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser

Tentamensbetyg G: 17 poäng
Tentamensbetyg VG: 27 poäng varav 7 poäng på VG-nivå.
Totalt antal möjliga poäng är 40.

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt

MA008B, Matematik 3, behörighetsgivande kurs

2025-01-16, kl 14.15–18.30

Hjälpmedel:

- Del I: Bifogat formelblad.
- Del II: Bifogat formelblad och godkänd miniräknare.

Tentamen bedöms med betyg Väl godkänt(VG), Godkänt(G) eller Underkänt(U). Tentamen består av två delar: Del I och II och tillsammans kan de ge 40 poäng varav 14 VG-poäng.

Kravgräns för tentamensbetyget:

G: 17 poäng

VG: 27 poäng varav minst 7 poäng på VG-nivå.

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (G eller VG) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (2/1) att en korrekt lösning ger två poäng på G-nivå och ett poäng på VG-nivå.

Till uppgifter där endast svar krävs behöver du endast ge ett kort svar i avsedd område på uppgiftsbladet. Till andra uppgifter behöver du lämna fullständiga lösningar till alla uppgifter på lösblad. Använd nytt blad för varje uppgift.

För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara kortfattad, men tillräckligt utförlig och uppställd och formulerad så att tankegången lätt kan följas. Ett svar med t.ex. enbart värdet av en uträkning ger inte poäng. Numeriska värden kan anges som uttryck, lämpligt förenklade, där rotuttryck, logaritmer och exponentialuttryck kan ingå utöver *rena siffror*, om så behövs.

Namn:

Personnummer:

Del I: Digitala verktyg är inte tillåtna. Uppgifterna 1-5 kräver endast svar. Skriv ditt svar i svarsrutan under respektive uppgift. Uppgifterna 6-10 kräver fullständiga lösningar och skrivs på separat skrivpapper. När du är färdig med uppgifterna 1-10 lämnar du in Del I till skrivvakterna.

1. Lös ekvationen $\ln(2x) = 3$ och svara exakt.

(2/0)

Svar:

2. Bestäm konstanten C för funktionen $f(x) = x^2 - 6x + C$ om funktionens minsta värde är 1.

(2/0)

Svar:

3. Lös ekvationen $7 - |x| = 3$.

(2/0)

Svar:

4. (a) Låt $\sin 25^\circ = 0,42$. Det finns ytterligare en vinkel på intervallet $0^\circ \leq v \leq 360^\circ$ som uppfyller $\sin v = 0,42$. Bestäm vinklen v .

(1/0)

Svar:

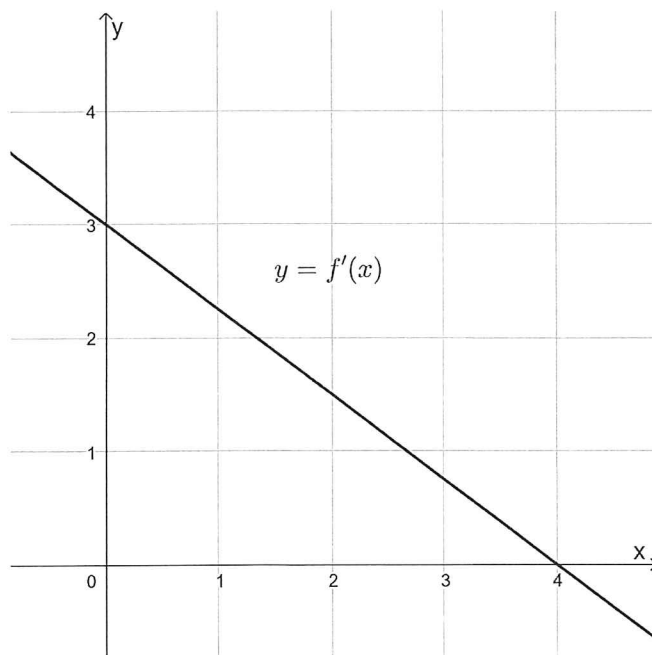
- (b) Skriv talen a , b och c nedan i storleksordning i svarsrutan. Börja med det största och sluta med det minsta.

$$a = \cos 110^\circ \quad b = \sin 100^\circ \quad c = \sin 25^\circ$$

(0/1)

Svar:

5. Funktionen $f(x)$ är en polynomfunktion av grad 2. Nedan ses grafen till $f'(x)$.



Bestvara följande med hjälp av grafen.

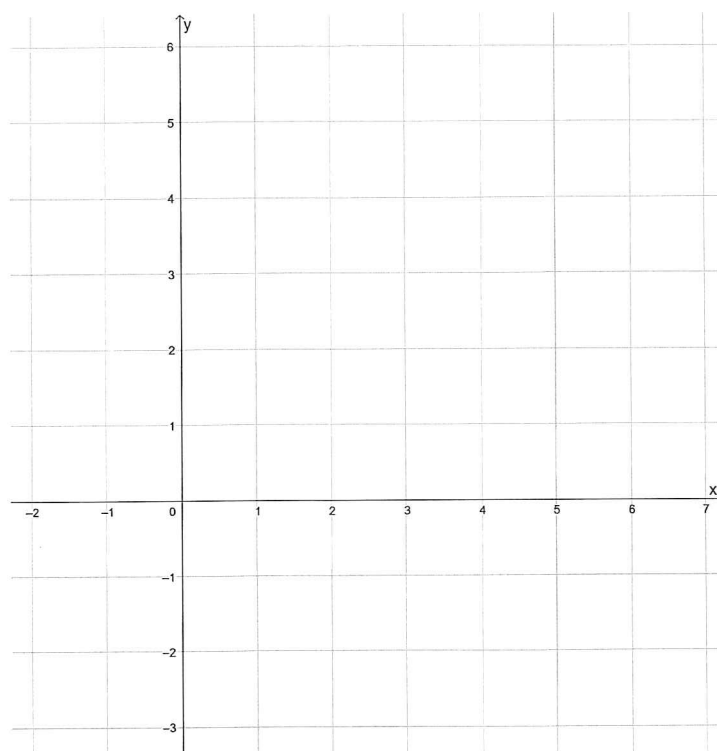
- (a) För vilket eller vilka värden på x är $f(x)$ växande?

(0/1)

Svar:

(b) Skissa en möjlig graf till $f(x)$ i koordinatsystemet nedan.

(0/1)



Uppgifterna 6-10 skall du lämna in lösningar till på separat skrivpapper.

6. Beräkna följande gränsvärde:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x - 7}$$

(2/0)

7. Derivera följande funktioner

(a) $f(x) = x^8 - x^5 + 3x + 1$ (2/0)

(b) $g(x) = e^{2025} + \frac{2^x \cdot x + 3 \cdot 2^x}{x + 3}$ (0/2)

8. Bestäm den primitiva funktion $F(x)$ till $f(x) = e^{3x} - x^2$ som uppfyller villkoret.
 $F(0) = 1$. (2/0)

9. Beräkna integralen $\int_1^2 (4x^3 - 2x) dx$. (2/0)

10. Lös ekvationen

$$\frac{a+3}{3a} - \frac{a}{6} = \frac{2-a}{2a}$$

(1/1)

11. En bils värde t år efter att den köpts beskrivs av funktionen

$$V(t) = 200000 \cdot 0.85^t + 5000$$

där $t \geq 0$ och $V(t)$ är bilens värde i kronor.

- (a) Hur mycket är bilen värd två år efter köptillfället? (1/0)
- (b) Hur lång tid tar det tills bilens värde är 14000kr? (2/0)
- (c) Hur snabbt minskar värdet efter 5 år? (0/1)
- (d) Kan bilens värde bli lika med 3000 sek? Om det är möjligt ge ett exakt svar efter hur många år, annars motivera varför det inte är möjligt. (0/1)

12. Beräkna arean av triangeln som har sidorna lika med $AB = 5\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$ och $AC = 6\text{cm}$.

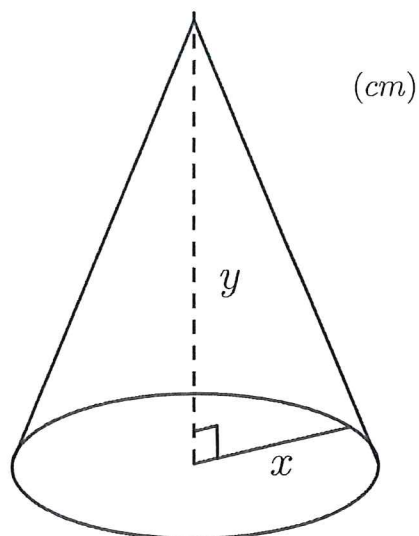
(3/0)

13. För funktionen $f(x)$ gäller att $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 7x^2 + 12x - 5$.

- (a) Bestäm med hjälp av derivata koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- eller terrasspunkter för funktionens graf. Bestäm också karaktär för respektive punkt, det vill säga om det är en maximi-, minimi- eller terrasspunkt. (3/0)
- (b) Låt säga att både den första och andra derivatan för ett givet värde på x blir noll. Kan man dra någon slutsats då? Motivera ditt svar. (1/0)

14. Funktionerna $f(x) = 3x^2 + 4x - 9$ och $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x$ har tangenter som är parallella i en viss punkt. Bestäm tangenten för funktionen $f(x)$ i denna punkt. (0/2).

15. Summan av radien x cm och höjden y cm i en kon är lika med 30 cm. Bestäm den maximala volymen för konen. (0/2)



16. Kurvan $y = e^x$, linjen $y = 2$ och y -axeln innesluter ett begränsat område med arean A . Visa att $A = 2 \cdot \ln 2 - 1$. (0/2)

Formelblad matematik 3

Algebra

Regler

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Andragradsekvationer

$$x^2 + px + q = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Aritmetik

Prefix

T	G	M	k	h	d	c	m	μ	n	p
tera	giga	mega	kilo	hekto	deci	centi	milli	mikro	nano	piko
10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Potenser

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

$$\frac{1}{a^n} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^0 = 1$$

Geometrisk summa

$$a + ak + ak^2 + \dots + ak^{n-1} = \frac{a(k^n - 1)}{k - 1} \quad \text{där } k \neq 1$$

Logaritmer

$$y = 10^x \Leftrightarrow x = \lg y$$

$$y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y$$

$$\lg x + \lg y = \lg xy$$

$$\lg x - \lg y = \lg \frac{x}{y}$$

$$\lg x^p = p \cdot \lg x$$

Absolutbelopp

$$|a| = \begin{cases} a & \text{om } a \geq 0 \\ -a & \text{om } a < 0 \end{cases}$$

Funktioner och samband

Räta linjen

$$y = kx + m \quad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$k_1 \cdot k_2 = -1$, villkor för vinkelräta linjer

$ax + by + c = 0$, där inte både a och b är noll

Andragsradsfunktioner

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

Potensfunktioner

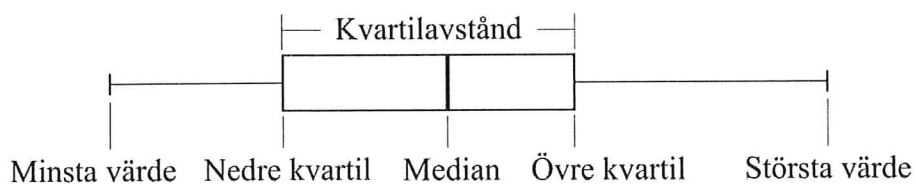
$$y = C \cdot x^a$$

Exponentialfunktioner

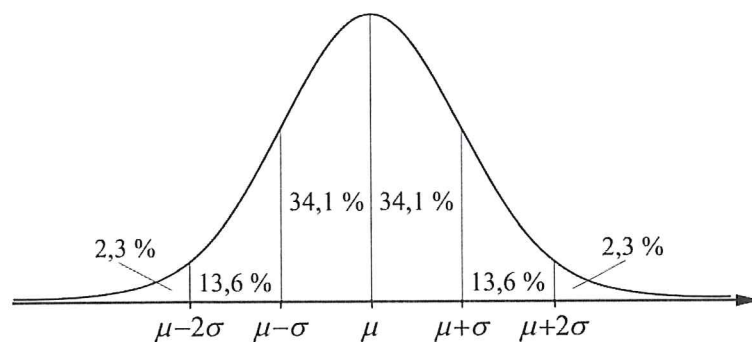
$$y = C \cdot a^x \quad a > 0 \text{ och } a \neq 1$$

Statistik och sannolikhet

Lådagram



Normalfördelning



Differential- och integralkalkyl

Derivatans definition $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

Derivator

Funktion	Derivata
x^n där n är ett reellt tal	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
a^x ($a > 0$)	$a^x \ln a$
e^x	e^x
e^{kx}	$k \cdot e^{kx}$
$k \cdot f(x)$	$k \cdot f'(x)$
$f(x) + g(x)$	$f'(x) + g'(x)$

Integralkalkylens fundamentalsats

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a) \quad \text{där } F'(x) = f(x)$$

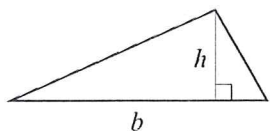
Primitiva funktioner

Funktion	Primitiva funktioner
k	$kx + C$
x^n ($n \neq -1$)	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
a^x ($a > 0, a \neq 1$)	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
e^x	$e^x + C$
e^{kx}	$\frac{e^{kx}}{k} + C$

Geometri

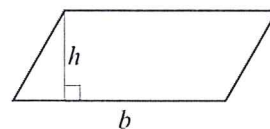
Triangel

$$A = \frac{bh}{2}$$



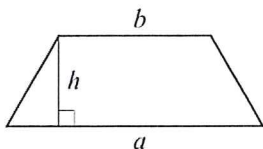
Parallelogram

$$A = bh$$



Parallelltrapets

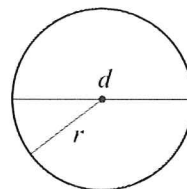
$$A = \frac{h(a+b)}{2}$$



Cirkel

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

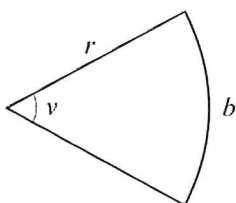
$$O = 2\pi r = \pi d$$



Cirkelsektor

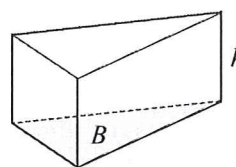
$$b = \frac{v}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$A = \frac{v}{360^\circ} \cdot \pi r^2 = \frac{br}{2}$$



Prisma

$$V = Bh$$

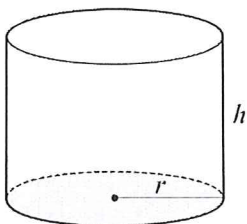


Cylinder

$$V = \pi r^2 h$$

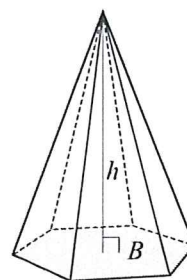
Mantelarea

$$A = 2\pi r h$$



Pyramid

$$V = \frac{Bh}{3}$$

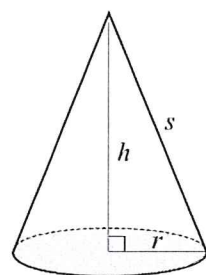


Kon

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Mantelarea

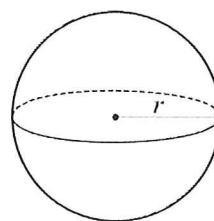
$$A = \pi r s$$



Klot

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

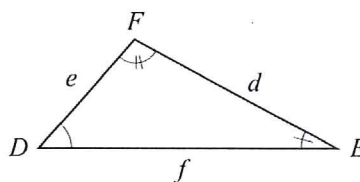
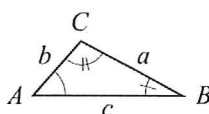
$$A = 4\pi r^2$$



Likformighet

Triangelarna ABC och DEF är likformiga

om $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$



Skala Areaskalan = (Längdskalan)²

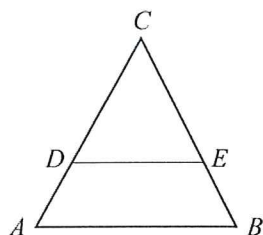
Volymaskalan = (Längdskalan)³

Topptriangelsatsen

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{CE}{BC}$$

Transversalsatsen

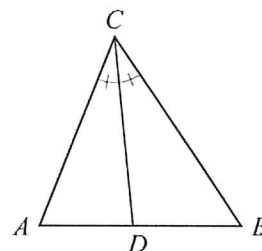
$$\frac{CD}{AD} = \frac{CE}{BE}$$



DE är parallell med AB

Bisektrissatsen

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$



Vinklar

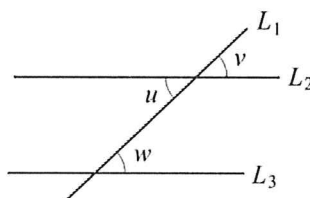
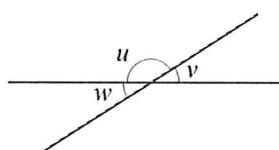
$u + v = 180^\circ$ Sidovinklar

$w = v$ Vertikalvinklar

L_1 skär två parallella linjer L_2 och L_3

$v = w$ Likbelägna vinklar

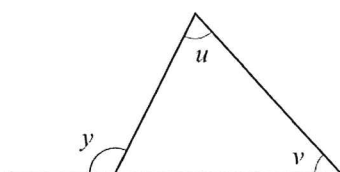
$u = w$ Alternatvinklar



Vinkelsumman S i en n -hörning: $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$

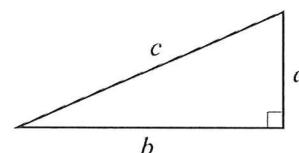
Yttervinkelsatsen

$y = u + v$



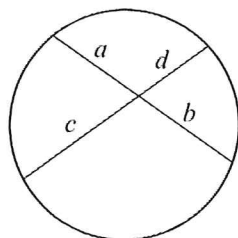
Pythagoras sats

$$a^2 + b^2 = c^2$$



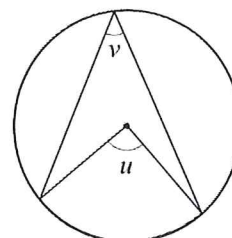
Kordasatsen

$ab = cd$



Randvinkelsatsen

$u = 2v$



Avståndsformeln

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

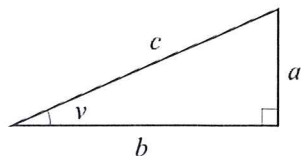
Mittpunktsformeln

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{och} \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Trigonometri

Definitioner

Rätvinklig triangel

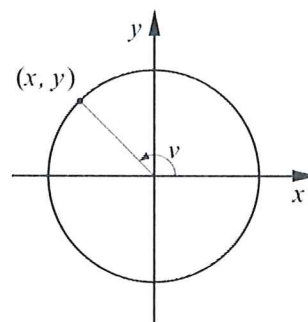


$$\sin v = \frac{a}{c}$$

$$\cos v = \frac{b}{c}$$

$$\tan v = \frac{a}{b}$$

Enhetscirkel



$$\sin v = y$$

$$\cos v = x$$

$$\tan v = \frac{y}{x}$$

Sinussatsen

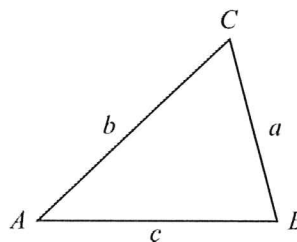
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Areasatsen

$$T = \frac{ab \sin C}{2}$$



Trigonometriska funktionsvärden

Vinkel v	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin v$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos v$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan v$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Ej def.	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0