

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs Matematik 3, behörighetsgivande kurs och Matematik för tekniker G1N

Delkurs

Kurskod MA010B/MA137G

Högskolepoäng för tentamen 12 fup

Datum 2025-08-21

Skrivtid 8.15-12.30

Ansvarig lärare Jessica Tidblom

Berörda lärare Konstantinos Tsoukas

Hjälpmedel/bilagor Del I: Bifogat formelblad.
Del 2: Miniräknare och bifogat formelblad.

Övrigt Studenten får båda delarna samtidigt. Studenterna behöver lämna in lösningarna för DEL I innan de får tillgång till miniräknare och startar med för DEL II. Studenten kan vid behov påbörja DEL II utan räknare.

Anvisningar

- ☐ Ta nytt blad för varje lärare
- ☒ Ta nytt blad för varje ny fråga
- ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
- ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
- ☒ Numrera lösbladen löpande.
- ☒ Använd inte röd penna.
- ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser

Tentamensbetyg G: 17 poäng
Tentamensbetyg VG: 27 poäng varav 7 poäng på VG-nivå.
Totalt antal möjliga poäng är 40.

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt

MA010B, Matematik 3, behörighetsgivande kurs**MA137G, Matematik för tekniker G1N****2025-08-21, kl 08.15–12.30****Hjälpmedel:**

- Del I: Bifogat formelblad.
- Del II: Bifogat formelblad och godkänd miniräknare.

Tentamen bedöms med betyg Väl godkänt(VG), Godkänt(G) eller Underkänt(U). Tentamen består av två delar: Del I och II och tillsammans kan de ge 40 poäng varav 14 VG-poäng.

Kravgräns för tentamensbetyget:

G: 17 poäng

VG: 27 poäng varav minst 7 poäng på VG-nivå.

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (G eller VG) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (2/1) att en korrekt lösning ger två poäng på G-nivå och ett poäng på VG-nivå.

Till uppgifter där endast svar krävs behöver du endast ge ett kort svar i avsedd område på uppgiftsbladet. Till andra uppgifter behöver du lämna fullständiga lösningar till alla uppgifter på lösblad. Använd nytt blad för varje uppgift.

För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara kortfattad, men tillräckligt utförlig och uppställd och formulerad så att tankegången lätt kan följas. Ett svar med t.ex. enbart värdet av en uträkning ger inte poäng. Numeriska värden kan anges som uttryck, lämpligt förenklade, där rotuttryck, logaritmer och exponentialuttryck kan ingå utöver *rena siffror*, om så behövs.

Namn: _____

Personnummer: _____

LYCKA TILL!

Del I: Digitala verktyg är inte tillåtna. Uppgifterna 1-5 kräver endast svar. Skriv ditt svar i svarsrutan under respektive uppgift. Uppgifterna 6-10 kräver fullständiga lösningar och skrivs på separat skrivpapper. När du är färdig med uppgifterna 1-10 lämnar du in Del I till skrivvakterna.

1. Ge ett exempel på ett rationellt uttryck $R(x)$ som inte är definierat där $x = -2$.
(1/0)

Svar:

2. (a) Förenkla uttrycket $x + e^{2\ln x} \cdot x^{-2}$ så mycket som möjligt. (1/0)
(b) Förenkla uttrycket $x + \frac{\ln(x^3 y^3)}{\ln x + \ln y}$ så mycket som möjligt. (0/1)

Svar:

3. Lös ekvationen $|3 - 4x| = 5$. (2/0)

Svar:

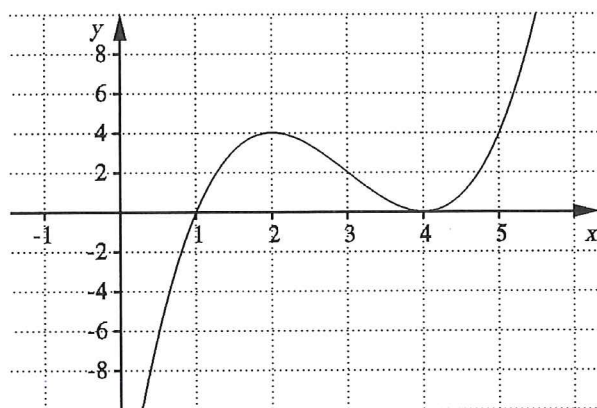
4. För en vinkel $0^\circ \leq v \leq 90^\circ$ gäller att $\sin v = 0,79$ och $\cos v = 0,61$. Bestäm följande trigonometriska värden:

- (a) $\cos(360^\circ - v)$ (1/0)
(b) $\sin(720^\circ - v) + \sin(180^\circ - v)$ (0/1)

a) Svar:

b) Svar:

5. Nedan ses grafen till $p'(x)$. Funktionen $p(x)$ kan antas vara definierad för alla värden på x .



Besvara följande med hjälp av grafen.

- (a) I vilket eller vilka intervall för x gäller att $p(x)$ är avtagande? (1/0)
- (b) För vilket eller vilka värden på x är $p''(x) = 0$? (0/1)

a) Svar:

b) Svar:

Uppgifterna 6-10 skall du lämna in lösningar till på separat skrivpapper.

6. Beräkna följande gränsvärde:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 8x + 16}{(x^2 - 4)(x - 4)} \quad (2/0)$$

7. Derivera följande funktioner

$$(a) \ f(x) = -3x^5 + 2x^4 + x - 4 \quad (2/0)$$

$$(b) \ g(x) = \frac{7^x x^2 + 7^x}{x^2 + 1} + \frac{e^5 + 1}{e^3} \quad (0/2)$$

8. Bestäm den primitiva funktion $F(x)$ till $f(x) = 2e^{-2x} + (x - 3)^2$ som uppfyller villkoret $F(0) = 2$. (2/0)

9. Lös olikheten

$$\int_1^2 (3x^2 + 4) dx > 5x - 9 \quad (3/0)$$

10. Lös ekvationen

$$\frac{\frac{x-3}{1} - \frac{1}{4}}{x+1} = x^2 - 2x - 3 \quad (1/1)$$

Del II: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat skrivpapper.
Du kan påbörja arbetet med dessa uppgifter utan räknare i väntan på att få lämna in Del I.

11. Temperaturen i ett kallt rum som värms upp beskrivs av

$$T(t) = 22 - 7 \cdot 0.85^t$$

där $t \geq 0$ är timmar efter att värmaren slagits på och $T(t)$ är temperaturen i $^{\circ}\text{C}$.

- (a) Vilken temperatur är rummet efter 90 minuter? (1/0)
 - (b) Efter hur många timmar når rummet 21°C ? (2/0)
 - (c) Hur snabbt stiger temperaturen efter 3 timmar? (0/1)
 - (d) Skriv ekvationen för linjen som är asymptot till $T(t)$. (0/1)
12. I triangeln ABC är vinkeln $B = 24^{\circ}$ och sidan BC är dubbelt så lång som sidan AC .
- (a) Beräkna vinkeln A om vi vet att den är mindre än 90° . (2/0)
 - (b) Beräkna triangelns area om $AC = 5\text{cm}$. (2/0)
13. För funktionen $f(x)$ gäller att $f(x) = x^3 - 3x^2 - 45x + 2$. Bestäm med hjälp av derivata koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- eller terrasspunkter för funktionens graf. Bestäm också karaktär för respektive punkt, det vill säga om det är en maximi-, minimi- eller terrasspunkt. (3/0)
14. Funktionen $f(x) = -3x^2 + 2x + 8$ har en tangent i punkten $x = 2$ och tangenten korsar linjen $2x - y = 16$ i en viss punkt $P = (x_0, y_0)$. Beräkna koordinaterna för punkten P . (0/2)
15. En bonde har 100 meter stängsel för att inhägna en rektangulär åker, där en sida ligger längs en flod och därför inte behöver stängslas. Bestäm de mått som ger störst möjlig area. (0/2)
16. Bestäm den begränsade arean mellan kurvorna $f(x) = x^2$ och $g(x) = 6 - 2x^2$. (0/2)

Formelblad matematik 3

Algebra

Regler

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Andragradsekvationer

$$x^2 + px + q = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Aritmetik

Prefix

T	G	M	k	h	d	c	m	μ	n	p
tera	giga	mega	kilo	hekto	deci	centi	milli	mikro	nano	piko
10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Potenser

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

$$\frac{1}{a^n} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^0 = 1$$

Geometrisk summa

$$a + ak + ak^2 + \dots + ak^{n-1} = \frac{a(k^n - 1)}{k - 1} \quad \text{där } k \neq 1$$

Logaritmer

$$y = 10^x \Leftrightarrow x = \lg y$$

$$y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y$$

$$\lg x + \lg y = \lg xy$$

$$\lg x - \lg y = \lg \frac{x}{y}$$

$$\lg x^p = p \cdot \lg x$$

Absolutbelopp

$$|a| = \begin{cases} a & \text{om } a \geq 0 \\ -a & \text{om } a < 0 \end{cases}$$

Funktioner och samband

Räta linjen

$$y = kx + m \quad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$k_1 \cdot k_2 = -1$, villkor för vinkelräta linjer

$ax + by + c = 0$, där inte både a och b är noll

Andragsgradsfunktioner

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

Potensfunktioner

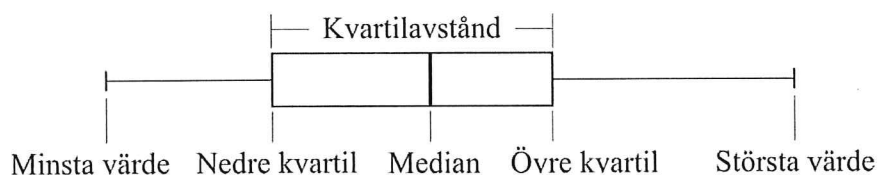
$$y = C \cdot x^a$$

Exponentialfunktioner

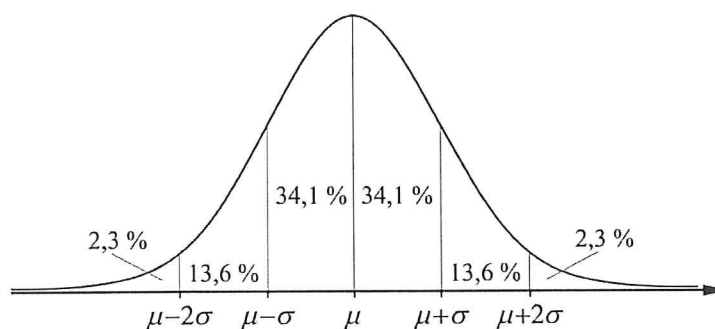
$$y = C \cdot a^x \quad a > 0 \text{ och } a \neq 1$$

Statistik och sannolikhet

Lådagram



Normalfördelning



Differential- och integralkalkyl

Derivatans definition $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

Derivator

Funktion	Derivata
x^n där n är ett reellt tal	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
a^x ($a > 0$)	$a^x \ln a$
e^x	e^x
e^{kx}	$k \cdot e^{kx}$
$k \cdot f(x)$	$k \cdot f'(x)$
$f(x) + g(x)$	$f'(x) + g'(x)$

Integralkalkylens fundamentalsats

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a) \quad \text{där } F'(x) = f(x)$$

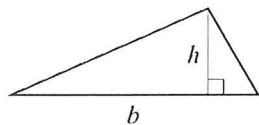
Primitiva funktioner

Funktion	Primitiva funktioner
k	$kx + C$
x^n ($n \neq -1$)	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
a^x ($a > 0, a \neq 1$)	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
e^x	$e^x + C$
e^{kx}	$\frac{e^{kx}}{k} + C$

Geometri

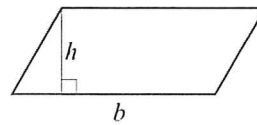
Triangel

$$A = \frac{bh}{2}$$



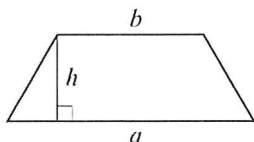
Parallelogram

$$A = bh$$



Parallelltrapets

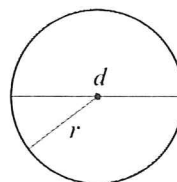
$$A = \frac{h(a+b)}{2}$$



Cirkel

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

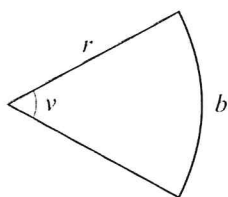
$$O = 2\pi r = \pi d$$



Cirkelsektor

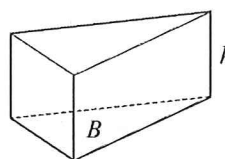
$$b = \frac{v}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$A = \frac{v}{360^\circ} \cdot \pi r^2 = \frac{br}{2}$$



Prisma

$$V = Bh$$

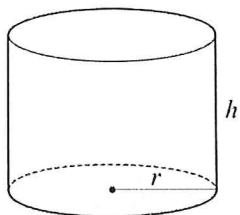


Cylinder

$$V = \pi r^2 h$$

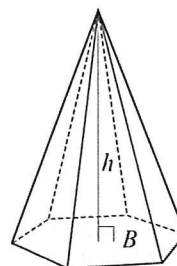
Mantelarea

$$A = 2\pi r h$$



Pyramid

$$V = \frac{Bh}{3}$$

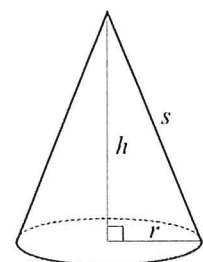


Kon

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Mantelarea

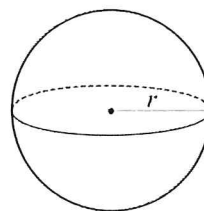
$$A = \pi r s$$



Klot

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

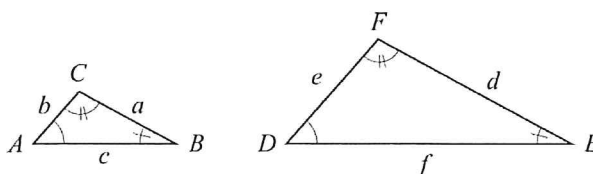
$$A = 4\pi r^2$$



Likformighet

Triangelna ABC och DEF är likformiga

$$\text{om } \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$



Skala Areaskalan = (Längdskalan)²

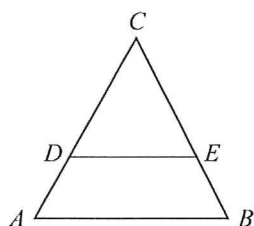
Volymskalan = (Längdskalan)³

Topptriangelsatsen

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{CE}{BC}$$

Transversalsatsen

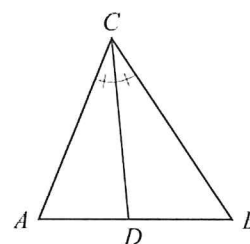
$$\frac{CD}{AD} = \frac{CE}{BE}$$



DE är parallell med AB

Bisektrissatsen

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$



Vinklar

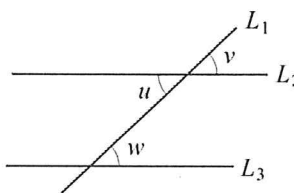
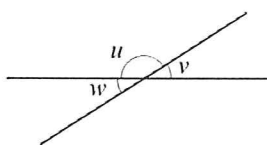
$u + v = 180^\circ$ Sidovinklar

$w = v$ Vertikalvinklar

L_1 skär två parallella linjer L_2 och L_3

$v = w$ Likbelägna vinklar

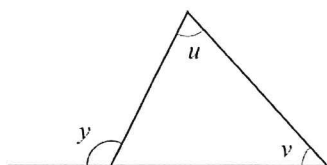
$u = w$ Alternatvinklar



Vinkelsumman S i en n -hörning: $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$

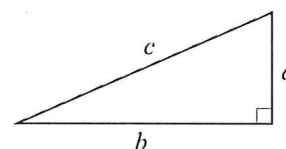
Yttervinkelsatsen

$y = u + v$



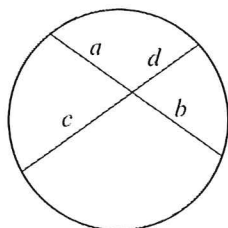
Pythagoras sats

$$a^2 + b^2 = c^2$$



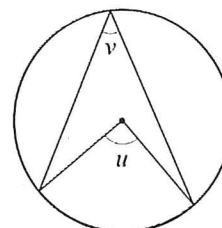
Kordasatsen

$ab = cd$



Randvinkelsatsen

$u = 2v$



Avståndsformeln

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

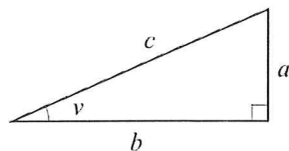
Mittpunktsformeln

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{och} \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Trigonometri

Definitioner

Rätvinklig triangel

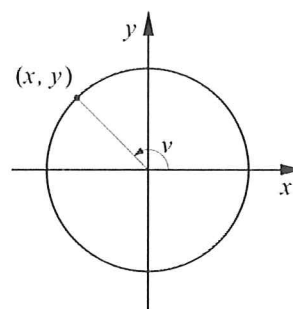


$$\sin v = \frac{a}{c}$$

$$\cos v = \frac{b}{c}$$

$$\tan v = \frac{a}{b}$$

Enhetscirkel



$$\sin v = y$$

$$\cos v = x$$

$$\tan v = \frac{y}{x}$$

Sinussatsen

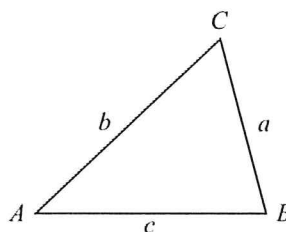
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Areasatsen

$$T = \frac{ab \sin C}{2}$$



Trigonometriska funktionsvärden

Vinkel v	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin v$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos v$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan v$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Ej def.	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0