

Institutionen för ingenjörsvetenskap

Kurs Matematik 3, behörighetsgivande kurs och Matematik för tekniker G1N

Delkurs

Kurskod MA010B/MA137G

Högskolepoäng för tentamen 12 fup

Datum 2025-06-02

Skrivtid 8.15-12.30

Jourhavande lärare Konstantinos Tsoukas

Kan nås på telefon 070-7148791

Besöker skrivningen

☒

Ja, kl ca 10.00

☐

Nej

Hjälpmedel och övriga upplysningar till skrivvakter

Två delar: Del 1: Bifogat formelblad Del 2: Miniräknare och bifogat formelblad.

Studenten får båda delarna samtidigt. Studenten behöver lämna in lösningarna för Del I innan den får tillgång till miniräknare för DEL II. Studenten kan vid behov påbörja Del II utan räknare.

Miniräknare

☒

Högskolans miniräknare

☒

Studentens miniräknare

☐

Ej tillåten

Skrivpapper

☐

Linjerat

☒

Rutat

Vid egen uppkopiering ange antalet kopior

### Anvisningar till lärare

Alla tentamensformulär ska lämnas in på reprocentralen.

- **För kopiering av tentamen** ska inlämning av originalexemplar ske senast 6 arbetsdagar före tentamenstillfället. Antal exemplar som ska kopieras upp fylls i av reprocentralen i rutan nedan.
- **Färdigkopierad tentamen** ska lämnas in senast 3 arbetsdagar före tentamenstillfället. Meddela tentamensadministrationen i god tid när inlämningen kommer att ske. Tentamen överlämnas direkt till personal på reprocentralen (ej via internpost). Vid egen uppkopiering ange antalet kopior i rutan ovan.

*Inlämning ska ske på reprocentralens öppettider.*

### FYLLS I AV ADMINISTRATIONEN

Antal uppkopierade exemplar 26

Antal anmälda \_\_\_\_\_

Institutionen för ingenjörsvetenskap

## TENTAMEN

Kurs Matematik 3, behörighetsgivande kurs och Matematik för tekniker G1N

Delkurs

Kurskod MA010B/MA137G

Högskolepoäng för tentamen 12 fup

Datum 2025-06-02

Skrivtid 8.15-12.30

Ansvarig lärare Jessica Tidblom

Berörda lärare Konstantinos Tsoungas

Hjälpmedel/bilagor Del I: Bifogat formelblad.  
Del 2: Miniräknare och bifogat formelblad.

Övrigt Studenten får båda delarna samtidigt. Studenterna behöver lämna in lösningarna för DEL I innan de får tillgång till miniräknare och startar med för DEL II. Studenten kan vid behov påbörja DEL II utan räknare.

Anvisningar

☐

Ta nytt blad för varje lärare

☒

Ta nytt blad för varje ny fråga

☒

Skriv endast på en sida av papperet.

☒

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.

☒

Numrera lösbladen löpande.

☒

Använd inte röd penna.

☒

Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser

Tentamensbetyg G: 17 poäng

Tentamensbetyg VG: 27 poäng varav 7 poäng på VG-nivå.

Totalt antal möjliga poäng är 40.

**Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar**

*Lycka till!*

Antal sidor totalt

---

**MA010B, Matematik 3, behörighetsgivande kurs****MA137G, Matematik för tekniker G1N****2025-06-02, kl 08.15–12.30****Hjälpmedel:**

- Del I: Bifogat formelblad.
- Del II: Bifogat formelblad och godkänd miniräknare.

Tentamen bedöms med betyg Väl godkänt(VG), Godkänt(G) eller Underkänt(U). Tentamen består av två delar: Del I och II och tillsammans kan de ge 40 poäng varav 14 VG-poäng.

Kravgräns för tentamensbetyget:

G: 17 poäng

VG: 27 poäng varav minst 7 poäng på VG-nivå.

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (G eller VG) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (2/1) att en korrekt lösning ger två poäng på G-nivå och ett poäng på VG-nivå.

Till uppgifter där endast svar krävs behöver du endast ge ett kort svar i avsedd område på uppgiftsbladet. Till andra uppgifter behöver du lämna fullständiga lösningar till alla uppgifter på lösblad. Använd nytt blad för varje uppgift.

För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara kortfattad, men tillräckligt utförlig och uppställd och formulerad så att tankegången lätt kan följas. Ett svar med t.ex. enbart värdet av en uträkning ger inte poäng. Numeriska värden kan anges som uttryck, lämpligt förenklade, där rotuttryck, logaritmer och exponentialuttryck kan ingå utöver *rena siffror*, om så behövs.

---

Namn: \_\_\_\_\_

Personnummer: \_\_\_\_\_

---

LYCKA TILL!

**Del I: Digitala verktyg är inte tillåtna. Uppgifterna 1-5 kräver endast svar. Skriv ditt svar i svarsrutan under respektive uppgift. Uppgifterna 6-10 kräver fullständiga lösningar och skrivs på separat skrivpapper. När du är färdig med uppgifterna 1-10 lämnar du in Del I till skrivvakterna.**

1. Ett föremål rör sig enligt  $s(t) = 4t^2 - t + 55$ , där  $s$  är sträckan i meter och  $t$  är tiden i sekunder. Efter hur lång tid rör sig föremålet med hastigheten 55 m/s? (2/0)

Svar:

2. Skriv om funktionen  $2 \cdot 10^x$  på formen  $ce^{kx}$ . (2/0)

Svar:

3. Lös ekvationen  $2 \cdot |2x - 1| = 6$ . (2/0)

Svar:

4. (a) Låt  $\sin 38^\circ = 0,615$ . Det finns ytterligare en vinkel på intervallet  $0^\circ \leq v \leq 360^\circ$  som uppfyller  $\sin v = 0,615$ . Bestäm vinklen  $v$ . (1/0)

Svar:

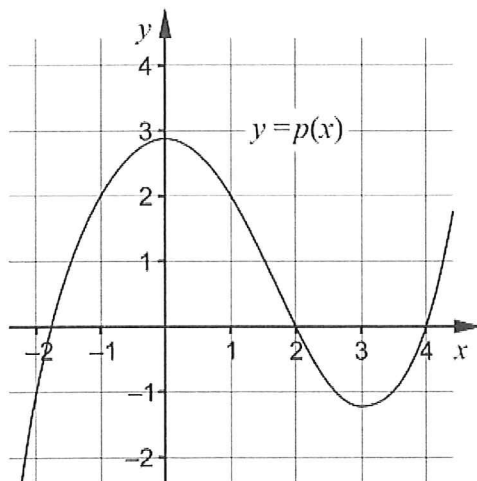
- (b) Skriv talen  $a$ ,  $b$  och  $c$  nedan i storleksordning i svarsrutan. Börja med det största och sluta med det minsta.

$$a = \cos(-80^\circ) \quad b = -\sin(-80^\circ) \quad c = -\cos 10^\circ$$

(0/1)

Svar:

5. Nedan ses grafen till  $p(x)$  som är en polynomfunktion av grad 3.



Bestvara följande med hjälp av grafen.

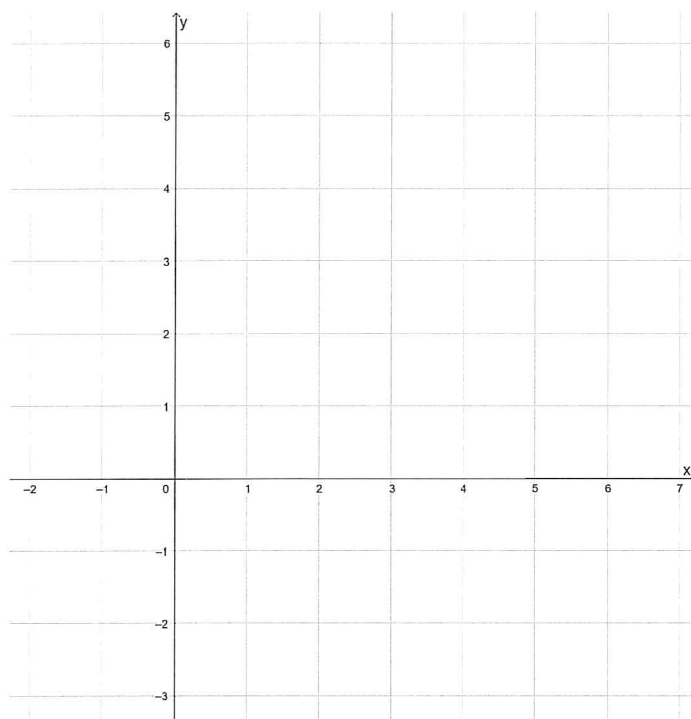
- (a) För vilket eller vilka värden på  $x$  är  $\frac{p'(x)}{x} = 0$  ?

(0/1)

Svar:

(b) Skissa en möjlig graf till  $p'(x)$  i koordinatsystemet nedan.

(0/1)



Uppgifterna 6-10 skall du lämna in lösningar till på separat skrivpapper.

6. Beräkna följande gränsvärde:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6x^2 - 12x + 6}{(2x - 2)(x - 1)} \quad (2/0)$$

7. Derivera följande funktioner

$$(a) \ f(x) = 4x^6 - 3x^4 + 2x - 7 \quad (2/0)$$

$$(b) \ g(x) = 2\pi^4 + \frac{4x^3}{\sqrt{x}} + (3^x + 2)^2 \quad (0/2)$$

8. Bestäm den primitiva funktion  $F(x)$  till  $f(x) = e^{5x} + (3x)^2$  som uppfyller villkoret  $F(0) = 1$ . (2/0)

9. Beräkna konstanten  $c$  om

$$\int_0^c (2x - 6) dx = -9 \quad (2/0)$$

10. Lös ekvationen

$$\frac{x - 4}{\frac{1}{4} - \frac{1}{x}} = x^2 - 4x \quad (1/1)$$

**Del II: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat skrivpapper.**  
**Du kan påbörja arbetet med dessa uppgifter utan räknare i väntan på att få lämna in Del I.**

11. Mängden vatten i en tank  $t$  dagar efter att påfyllningen startat beskrivs av funktionen

$$V(t) = 50000 - 40000 \cdot 0.95^t$$

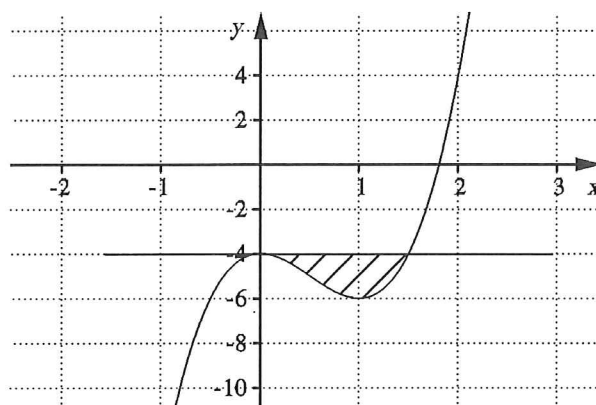
där  $t \geq 0$  och  $V(t)$  är mängden vatten i liter.

- (a) Hur mycket vatten finns i tanken 3 dagar efter att påfyllningen startat? (1/0)
  - (b) Hur lång tid tar det tills mängden vatten i tanken är 45000 liter? (2/0)
  - (c) Hur snabbt ökar mängden vatten efter 4 dagar? (0/1)
  - (d) Kan mängden vatten bli exakt 50000 liter? Om det är möjligt, ange exakt efter hur många dagar detta sker; annars förklara varför det inte är möjligt. (0/1)
12. Arean av en triangel är  $9 \text{ cm}^2$ . Två sidor i triangeln är 4,0 cm och 5,0 cm. Mellan dessa båda sidor bildas en trubbig vinkel.
- (a) Bestäm storleken på denna vinkel. (2/0)
  - (b) Bestäm längden av triangelns tredje sida. (2/0)
13. För funktionen  $f(x)$  gäller att  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 24x + 1$ . Bestäm med hjälp av derivata koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- eller terrasspunkter för funktionens graf. Bestäm också karaktär för respektive punkt, det vill säga om det är en maximi-, minimi- eller terrasspunkt. (3/0)
14. Funktionen  $f(x) = x^2 - 10x + 2$  har en tangent i en viss punkt  $x_0$  som är parallell med linjen  $12x + 3y = 1$ . Beräkna  $f(x_0)$ . (0/2)



15. Vad är det största värdet av uttrycket  $x^2y$  om vi får endast välja punkter  $(x, y)$  som ligger på linjen  $2x + y = 4$ ? (0/2)

16. Kurvan  $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 4$  och linjen  $y = -4$  begränsar ett område enligt figuren nedan. Bestäm arean av detta område. (0/2)



# Formelblad matematik 3

## Algebra

### Regler

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

### Andragradsekvationer

$$x^2 + px + q = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

## Aritmetik

### Prefix

| T         | G      | M      | k      | h      | d         | c         | m         | μ         | n         | p          |
|-----------|--------|--------|--------|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| tera      | giga   | mega   | kilo   | hekto  | deci      | centi     | milli     | mikro     | nano      | piko       |
| $10^{12}$ | $10^9$ | $10^6$ | $10^3$ | $10^2$ | $10^{-1}$ | $10^{-2}$ | $10^{-3}$ | $10^{-6}$ | $10^{-9}$ | $10^{-12}$ |

### Potenser

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

$$\frac{1}{a^n} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^0 = 1$$

### Geometrisk summa

$$a + ak + ak^2 + \dots + ak^{n-1} = \frac{a(k^n - 1)}{k - 1} \quad \text{där } k \neq 1$$

### Logaritmer

$$y = 10^x \Leftrightarrow x = \lg y$$

$$y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y$$

$$\lg x + \lg y = \lg xy$$

$$\lg x - \lg y = \lg \frac{x}{y}$$

$$\lg x^p = p \cdot \lg x$$

### Absolutbelopp

$$|a| = \begin{cases} a & \text{om } a \geq 0 \\ -a & \text{om } a < 0 \end{cases}$$

## Funktioner och samband

### Räta linjen

$$y = kx + m \quad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$k_1 \cdot k_2 = -1$ , villkor för vinkelräta linjer

$ax + by + c = 0$ , där inte både  $a$  och  $b$  är noll

### Andragsgradsfunktioner

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

### Potensfunktioner

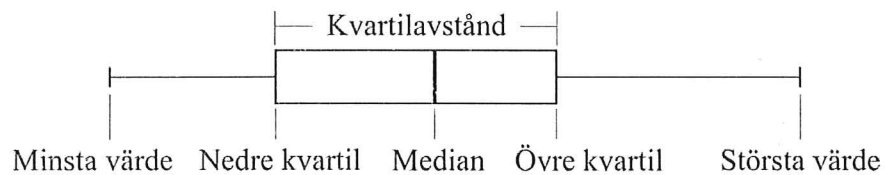
$$y = C \cdot x^a$$

### Exponentialfunktioner

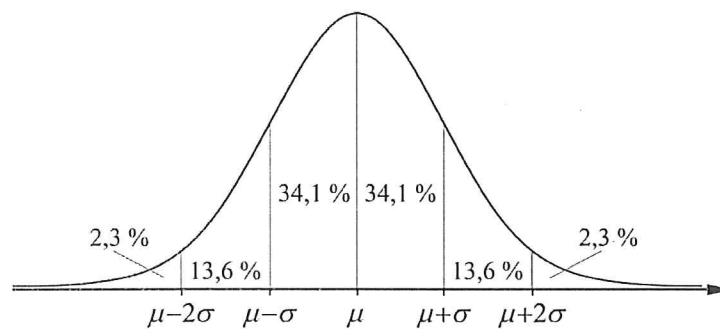
$$y = C \cdot a^x \quad a > 0 \text{ och } a \neq 1$$

## Statistik och sannolikhet

### Låddiagram



### Normalfördelning



## Differential- och integralkalkyl

**Derivatans definition**  $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

### Derivator

| Funktion                        | Derivata         |
|---------------------------------|------------------|
| $x^n$ där $n$ är ett reellt tal | $nx^{n-1}$       |
| $\frac{1}{x}$                   | $-\frac{1}{x^2}$ |
| $a^x$ ( $a > 0$ )               | $a^x \ln a$      |
| $e^x$                           | $e^x$            |
| $e^{kx}$                        | $k \cdot e^{kx}$ |
| $k \cdot f(x)$                  | $k \cdot f'(x)$  |
| $f(x) + g(x)$                   | $f'(x) + g'(x)$  |

### Integralkalkylens fundamentalsats

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a) \quad \text{där } F'(x) = f(x)$$

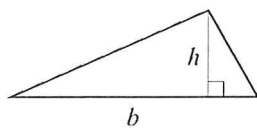
### Primitiva funktioner

| Funktion                    | Primitiva funktioner      |
|-----------------------------|---------------------------|
| $k$                         | $kx + C$                  |
| $x^n$ ( $n \neq -1$ )       | $\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ |
| $a^x$ ( $a > 0, a \neq 1$ ) | $\frac{a^x}{\ln a} + C$   |
| $e^x$                       | $e^x + C$                 |
| $e^{kx}$                    | $\frac{e^{kx}}{k} + C$    |

## Geometri

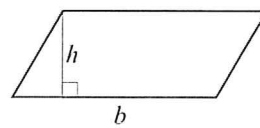
### Triangel

$$A = \frac{bh}{2}$$



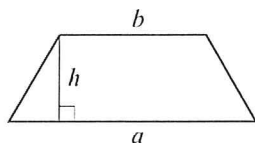
### Parallelogram

$$A = bh$$



### Parallelltrapets

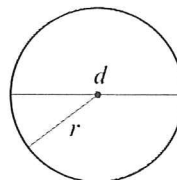
$$A = \frac{h(a+b)}{2}$$



### Cirkel

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

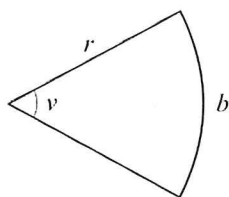
$$O = 2\pi r = \pi d$$



### Cirkelsektor

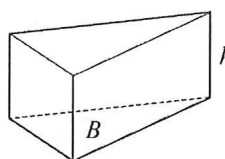
$$b = \frac{v}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$A = \frac{v}{360^\circ} \cdot \pi r^2 = \frac{br}{2}$$



### Prisma

$$V = Bh$$

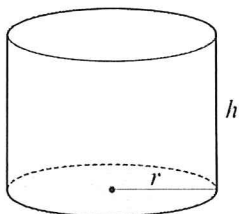


### Cylinder

$$V = \pi r^2 h$$

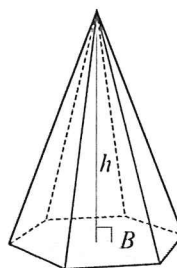
Mantelarea

$$A = 2\pi rh$$



### Pyramid

$$V = \frac{Bh}{3}$$

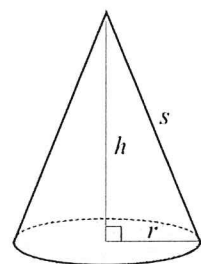


### Kon

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Mantelarea

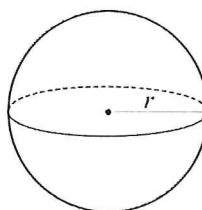
$$A = \pi rs$$



### Klot

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

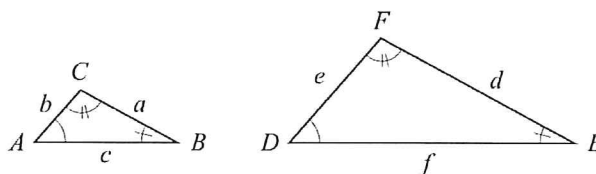
$$A = 4\pi r^2$$



### Likformighet

Triangelarna  $ABC$  och  $DEF$  är likformiga

om  $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$



**Skala**      Areaskalan = (Längdskalan)<sup>2</sup>

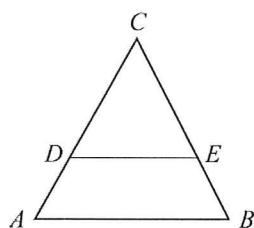
Volymskalan = (Längdskalan)<sup>3</sup>

**Topptriangelsatsen**

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{CE}{BC}$$

**Transversalsatsen**

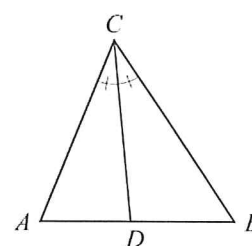
$$\frac{CD}{AD} = \frac{CE}{BE}$$



$DE$  är parallell med  $AB$

**Bisektrissatsen**

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$



**Vinklar**

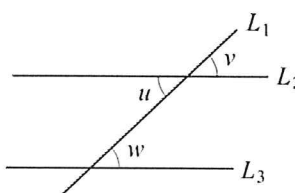
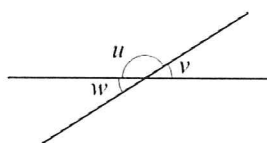
$u + v = 180^\circ$       Sidovinklar

$w = v$       Vertikalvinklar

$L_1$  skär två parallella linjer  $L_2$  och  $L_3$

$v = w$       Likbelägna vinklar

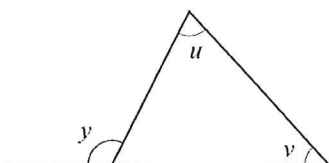
$u = w$       Alternatvinklar



Vinkelsumman  $S$  i en  $n$ -hörning:  $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$

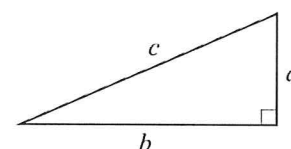
**Yttervinkelsatsen**

$y = u + v$



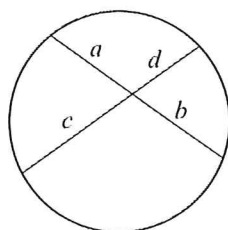
**Pythagoras sats**

$$a^2 + b^2 = c^2$$



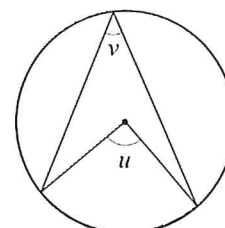
**Kordasatsen**

$ab = cd$



**Randvinkelsatsen**

$u = 2v$



**Avståndsformeln**

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

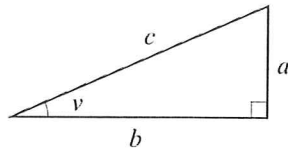
**Mittpunktsformeln**

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{och} \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

# Trigonometri

## Definitioner

### Rätvinklig triangel

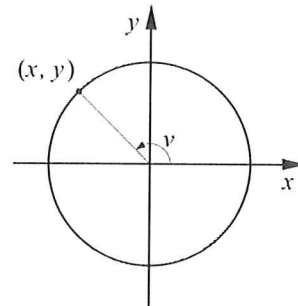


$$\sin v = \frac{a}{c}$$

$$\cos v = \frac{b}{c}$$

$$\tan v = \frac{a}{b}$$

### Enhetscirkel



$$\sin v = y$$

$$\cos v = x$$

$$\tan v = \frac{y}{x}$$

## Sinussatsen

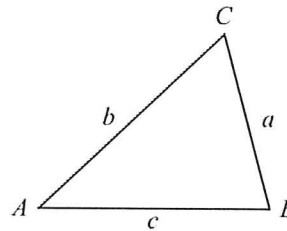
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

## Cosinussatsen

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

## Areasatsen

$$T = \frac{ab \sin C}{2}$$



## Trigonometriska funktionsvärden

| Vinkel $v$ | $0^\circ$ | $30^\circ$           | $45^\circ$           | $60^\circ$           | $90^\circ$ | $120^\circ$          | $135^\circ$           | $150^\circ$           | $180^\circ$ |
|------------|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-------------|
| $\sin v$   | 0         | $\frac{1}{2}$        | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1          | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$  | $\frac{1}{2}$         | 0           |
| $\cos v$   | 1         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$        | 0          | $-\frac{1}{2}$       | $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | -1          |
| $\tan v$   | 0         | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           | Ej def.    | $-\sqrt{3}$          | -1                    | $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0           |