

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs Matematik 3, behörighetsgivande kurs

Delkurs

Kurskod MA010B

Högskolepoäng för tentamen 12 fup

Datum 2026-03-06

Skrivtid 14.15-18.30

Ansvarig lärare Jessica Tidblom

Berörda lärare Konstantinos Tsoukas

Hjälpmedel/bilagor Del I: Bifogat formelblad.
Del 2: Miniräknare och bifogat formelblad.

Övrigt Studenten får båda delarna samtidigt. Studenterna behöver lämna in lösningarna för DEL I innan de får tillgång till miniräknare och startar med för DEL II. Studenten kan vid behov påbörja DEL II utan räknare.

Anvisningar

- Ta nytt blad för varje lärare
- Ta nytt blad för varje ny fråga
- Skriv endast på en sida av papperet.
- Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
- Numrera lösbladen löpande.
- Använd inte röd penna.
- Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser

Tentamensbetyg G: 17 poäng
Tentamensbetyg VG: 27 poäng varav 7 poäng på VG-nivå.
Totalt antal möjliga poäng är 40.

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt

MA010B, Matematik 3, behörighetsgivande kurs

2026-03-06, kl 14.15–18.30

Hjälpmedel:

- Del I: Bifogat formelblad.
- Del II: Bifogat formelblad och godkänd miniräknare.

Tentamen bedöms med betyg Väl godkänt(VG), Godkänt(G) eller Underkänt(U). Tentamen består av två delar: Del I och II och tillsammans kan de ge 40 poäng varav 14 VG-poäng.

Kravgräns för tentamensbetyget:

G: 17 poäng

VG: 27 poäng varav minst 7 poäng på VG-nivå.

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (G eller VG) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (2/1) att en korrekt lösning ger två poäng på G-nivå och ett poäng på VG-nivå.

Till uppgifter där endast svar krävs behöver du endast ge ett kort svar i avsedd område på uppgiftsbladet. Till andra uppgifter behöver du lämna fullständiga lösningar till alla uppgifter på lösblad. Använd nytt blad för varje uppgift.

För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara kortfattad, men tillräckligt utförlig och uppställd och formulerad så att tankegången lätt kan följas. Ett svar med t.ex. enbart värdet av en uträkning ger inte poäng. Numeriska värden kan anges som uttryck, lämpligt förenklade, där rotuttryck, logaritmer och exponentialuttryck kan ingå utöver *rena siffror*, om så behövs.

Namn:

Personnummer:

LYCKA TILL!

Del I: Digitala verktyg är inte tillåtna. Uppgifterna 1-5 kräver endast svar. Skriv ditt svar i svarsrutan under respektive uppgift. Uppgifterna 6-10 kräver fullständiga lösningar och skrivs på separat skrivpapper. När du är färdig med uppgifterna 1-10 lämnar du in Del I till skrivvakterna.

1. Lös olikheten $|2x - 1| \leq 7$.

(2/0)

Svar:

2. (a) Ge ett exempel på ett rationellt uttryck som inte är definierat där $x = -2$.
(1/0)

(b) Beräkna värdet av följande

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{2(1+h)} - e^2}{h}$$

(0/1)

Svar:

3. Bestäm alla lösningar v till ekvationen $\sin(2v) = \frac{1}{2}$ i intervallet $0^\circ \leq v \leq 180^\circ$ (2/0)

Svar:

4. Låt $f(x)$ vara en funktion vars graf är den räta linje som går genom punkterna som har koordinater $(1, 1)$ och $(3, 8)$. Beräkna $f''(2)$. (1/0)

Svar:

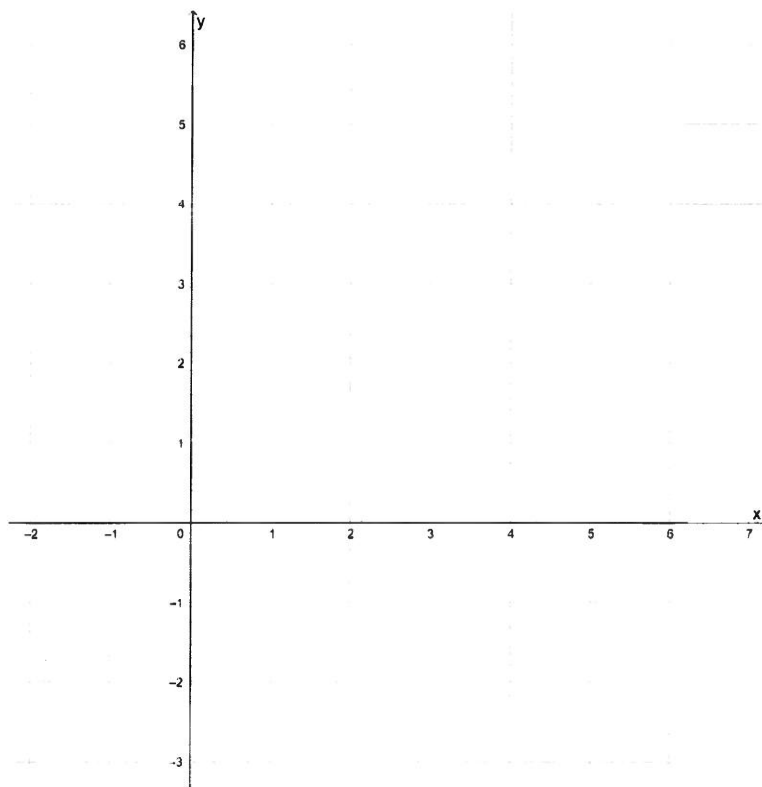
5. (a) Ordna följande tal i storleksordning, från det största till det minsta:

$$a = 2026 \cdot \log\left(\frac{1}{10}\right), \quad b = \ln e^{2025}, \quad c = 2024^{-2027}, \quad d = (e - 1)^{2023} \quad (0/1)$$

Svar:

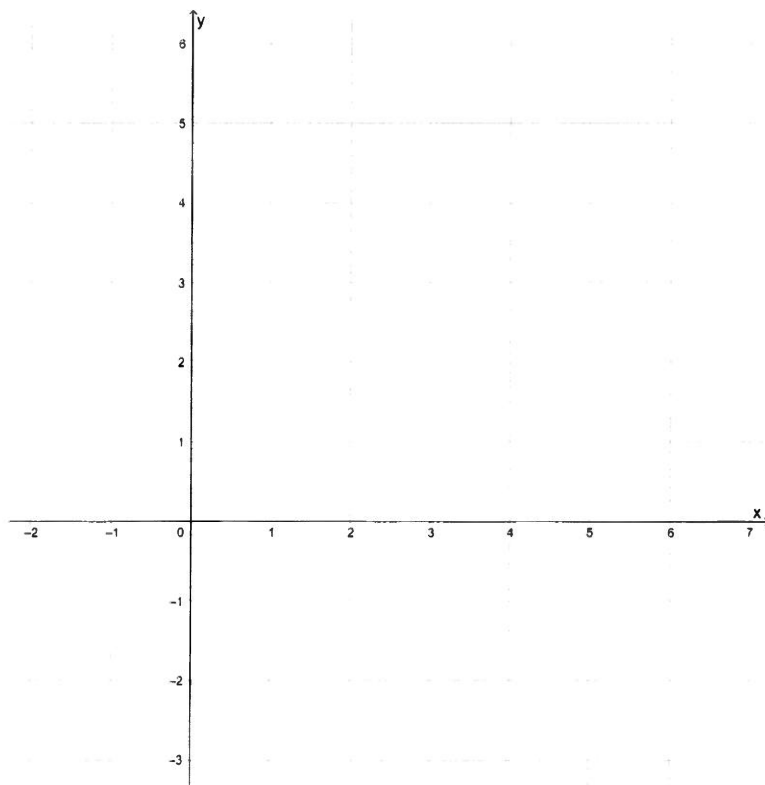
(b) Skissa en möjlig graf till en funktion $f(x)$ som har följande teckentabell.

x	1	2	3				
$f'(x)$	+	0	-	0	-	0	+



(0/1)

- (c) Skissa en möjlig graf till en funktion $g(x)$ som definieras i intervallet $0 \leq x \leq 5$ och inte är deriverbar i punkten $x = 3$. (0/1)



Uppgifterna 6-10 skall du lämna in lösningar till på separat skrivpapper.

6. Beräkna följande gränsvärde:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5x-1)(x-2)}{(3x-6)(x-1)}$$

(2/0)

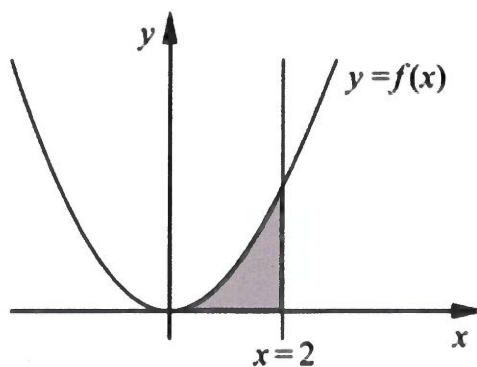
7. Derivera funktionerna:

(a) $f(x) = \frac{3x^5}{5} - 2x^3 + x - 4$ (2/0)

(b) $g(x) = \frac{e^x x^3 + e^x x^2}{2x+2} e^{-x} + 2e^{-\pi}$ (0/2)

8. Funktionen $f(x) = x^2 - 6x + 1$ definieras i intervallet $1 \leq x \leq 4$. Bestäm funktionens största och minsta värde. (2/0)

9. Ett område begränsas av x -axeln, grafen till $f(x) = 9x^2$ samt linjen $x = 2$. Beräkna arean av det skuggade området. (2/0)



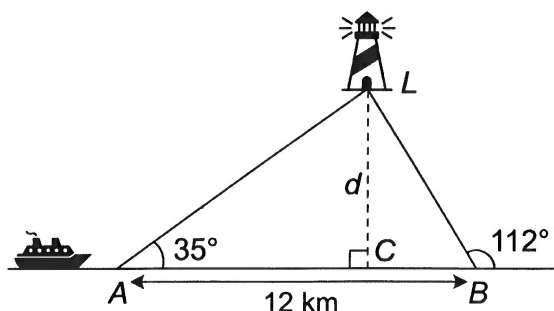
10. Lös ekvationen

$$\frac{x+15}{x^2-4} = \frac{3}{x-2} + \frac{x}{x+2}$$

(1/1)

Del II: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat skrivpapper. Du kan påbörja arbetet med dessa uppgifter utan räknare i väntan på att få lämna in Del I.

11. Antalet bakterier $N(t)$ i en odling kan beskrivas med modellen $N(t) = 100 \cdot 3^{2t}$ där $t \geq 0$ är tiden i timmar.
- (a) Skriv om funktionen $N(t)$ på formen $N(t) = ce^{kt}$. (1/0)
- (b) Hur många bakterier har vi i början? (1/0)
- (c) Efter hur lång tid är tillväxthastigheten 5000 bakterier per timme? Svara exakt. (1/1)
- (d) Beräkna $N^{(2026)}(0)$ där $N^{(2026)}$ betyder vi deriverar funktionen 2026 gånger i rad. Till exempel $f''(0) = f^{(2)}(0)$. Svara exakt. (0/1)
12. Ett fartyg färdas längs en rak kustlinje. Vid punkt A mäter kaptenen vinkeln till en fyr på en närliggande ö till 35° i förhållande till kustlinjen. Efter att ha seglat ytterligare 12 km till punkt B , mäts vinkeln till samma fyr till 112° .



- (a) Beräkna avståndet BL från punkt B till fyren. (2/0)
- (b) Bevisa algebraiskt utan att beräkna siffrorna att

$$\sqrt{BL^2 - BC^2} = \frac{AL \cdot BL \cdot \sin(\angle ALB)}{12}$$

där $\angle ALB$ betyder vinkeln ALB . (2/0)

13. En bil står stilla och börjar vid $t = 0$ plötsligt accelerera. Accelerationen kan beskrivas med sambandet $a(t) = 10 - 2t \text{ m/s}^2$ för $0 \leq t \leq 5$. Efter hur många sekunder kommer dess hastighet att vara exakt 21 m/s ? (2/0)
14. Tangenten till kurvan $y = 5 - x^2$ i punkten $(1, 4)$ skär linjen $y = x - 9$ i punkten (x_0, y_0) . Bestäm punkten (x_0, y_0) . (2/0)
15. En cylinder, med botten men utan lock, har den totala begränsningsarean $48\pi \text{ cm}^2$. Bestäm den största möjliga volymen för cylindern. (0/3)
16. Beräkna den begränsade arean mellan kurvorna $y = 3 - x^2$ och $y = -x + 1$. (0/2)

Formelblad matematik 3

Algebra

Regler

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Andragradsekvationer

$$x^2 + px + q = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Aritmetik

Prefix

T	G	M	k	h	d	c	m	μ	n	p
tera	giga	mega	kilo	hekto	deci	centi	milli	mikro	nano	piko
10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Potenser

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^0 = 1$$

Geometrisk summa

$$a + ak + ak^2 + \dots + ak^{n-1} = \frac{a(k^n - 1)}{k - 1} \quad \text{där } k \neq 1$$

Logaritmer

$$y = 10^x \Leftrightarrow x = \lg y$$

$$y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y$$

$$\lg x + \lg y = \lg xy$$

$$\lg x - \lg y = \lg \frac{x}{y}$$

$$\lg x^p = p \cdot \lg x$$

Absolutbelopp

$$|a| = \begin{cases} a & \text{om } a \geq 0 \\ -a & \text{om } a < 0 \end{cases}$$

Funktioner och samband

Räta linjen

$$y = kx + m \quad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$k_1 \cdot k_2 = -1$, villkor för vinkelräta linjer

$ax + by + c = 0$, där inte både a och b är noll

Andragradsfunktioner

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

Potensfunktioner

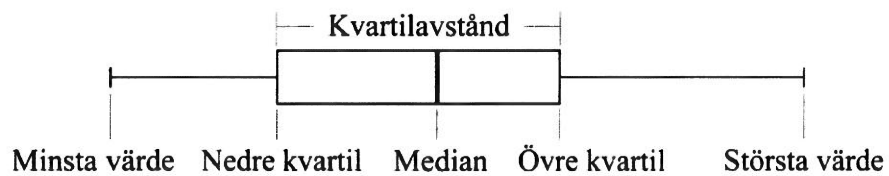
$$y = C \cdot x^a$$

Exponentialfunktioner

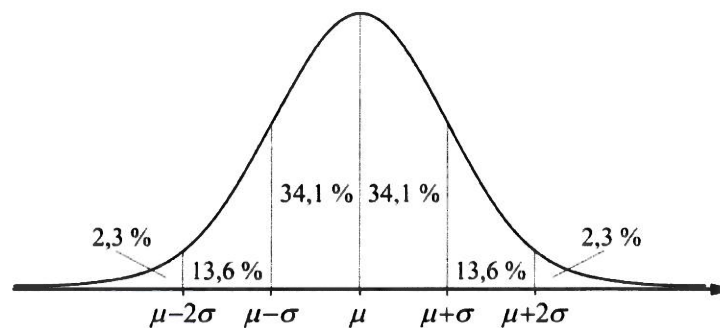
$$y = C \cdot a^x \quad a > 0 \text{ och } a \neq 1$$

Statistik och sannolikhet

Lådagram



Normalfördelning



Differential- och integralkalkyl

Derivatans definition $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

Derivator

Funktion	Derivata
x^n där n är ett reellt tal	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
a^x ($a > 0$)	$a^x \ln a$
e^x	e^x
e^{kx}	$k \cdot e^{kx}$
$k \cdot f(x)$	$k \cdot f'(x)$
$f(x) + g(x)$	$f'(x) + g'(x)$

Integralkalkylens fundamentalsats

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a) \quad \text{där } F'(x) = f(x)$$

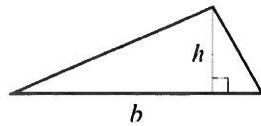
Primitiva funktioner

Funktion	Primitiva funktioner
k	$kx + C$
x^n ($n \neq -1$)	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
a^x ($a > 0, a \neq 1$)	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
e^x	$e^x + C$
e^{kx}	$\frac{e^{kx}}{k} + C$

Geometri

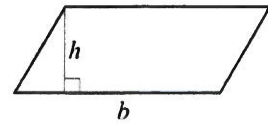
Triangel

$$A = \frac{bh}{2}$$



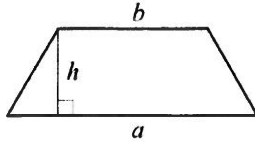
Parallelogram

$$A = bh$$



Parallelltrapets

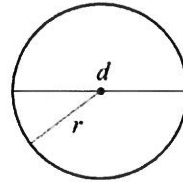
$$A = \frac{h(a+b)}{2}$$



Cirkel

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

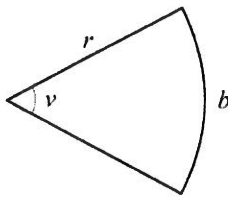
$$O = 2\pi r = \pi d$$



Cirkelsektor

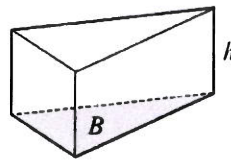
$$b = \frac{v}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$A = \frac{v}{360^\circ} \cdot \pi r^2 = \frac{br}{2}$$



Prisma

$$V = Bh$$

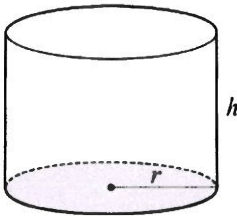


Cylinder

$$V = \pi r^2 h$$

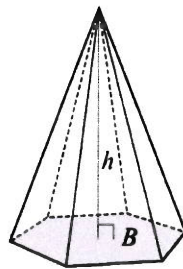
Mantelarea

$$A = 2\pi r h$$



Pyramid

$$V = \frac{Bh}{3}$$

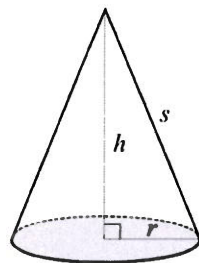


Kon

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Mantelarea

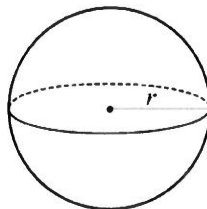
$$A = \pi r s$$



Klot

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

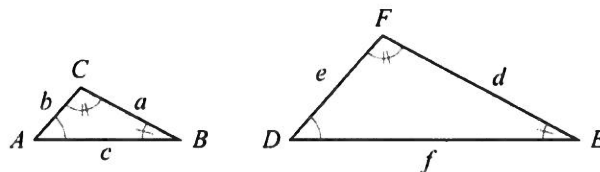
$$A = 4\pi r^2$$



Likformighet

Triangelna ABC och DEF är likformiga

om $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$



Skala Areaskalan = (Längdskalan)²

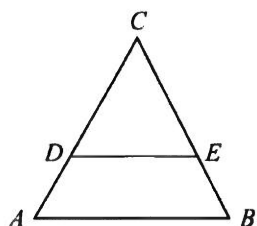
Volymskalan = (Längdskalan)³

Topptriangelsatsen

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{CE}{BC}$$

Transversalsatsen

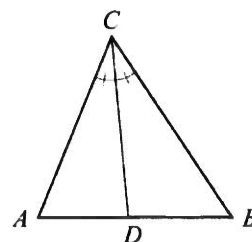
$$\frac{CD}{AD} = \frac{CE}{BE}$$



DE är parallell med AB

Bisektrissatsen

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$



Vinklar

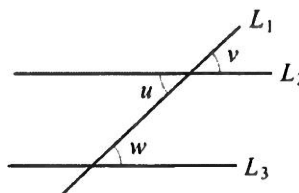
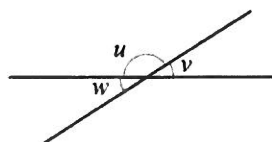
$u + v = 180^\circ$ Sidovinklar

$w = v$ Vertikalvinklar

L_1 skär två parallella linjer L_2 och L_3

$v = w$ Likbelägna vinklar

$u = w$ Alternatvinklar



Vinkelsumman S i en n -hörning: $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$

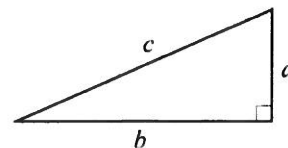
Yttervinkelsatsen

$$y = u + v$$



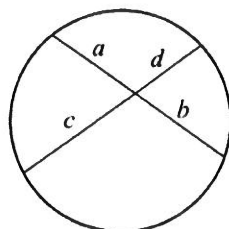
Pythagoras sats

$$a^2 + b^2 = c^2$$



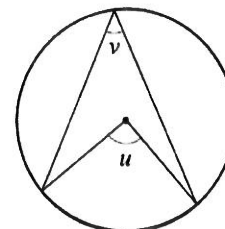
Kordasatsen

$$ab = cd$$



Randvinkelsatsen

$$u = 2v$$



Avståndsformeln

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

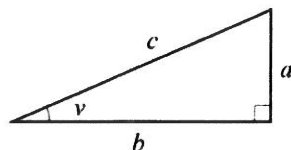
Mittpunktsformeln

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{och} \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Trigonometri

Definitioner

Rätvinklig triangel

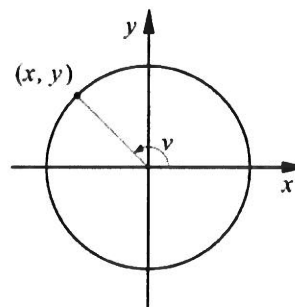


$$\sin v = \frac{a}{c}$$

$$\cos v = \frac{b}{c}$$

$$\tan v = \frac{a}{b}$$

Enhetscirkel



$$\sin v = y$$

$$\cos v = x$$

$$\tan v = \frac{y}{x}$$

Sinussatsen

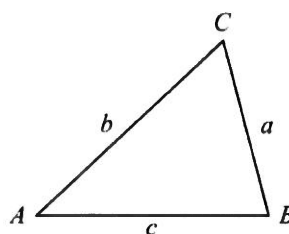
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Areasatsen

$$T = \frac{ab \sin C}{2}$$



Trigonometriska funktionsvärden

Vinkel v	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin v$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos v$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan v$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Ej def.	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0