

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs Matematik 3, behörighetsgivande kurs och Matematik för tekniker G1N

Delkurs

Kurskod MA010B/MA137G

Högskolepoäng för tentamen 12

Datum 2024-03-01

Skrivtid 08:15-12:30

Ansvarig lärare Jessica Tidblom

Berörda lärare Konstantinos Thsougkas

Hjälpmedel/bilagor Del I: Bifogat formelblad.
Del 2: Miniräknare och bifogat formelblad.

Övrigt Studenten får båda delarna samtidigt. Studenten behöver lämna in lösningarna för DEL I innan den får tillgång till miniräknare för DEL II.

Studenten kan vid behov påbörja DEL II utan räknare.

Anvisningar

- ☐ Ta nytt blad för varje lärare
- ☒ Ta nytt blad för varje ny fråga
- ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
- ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
- ☒ Numrera lösbladen löpande.
- ☒ Använd inte röd penna.
- ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser

Tentamensbetyg G: 17 poäng
Tentamensbetyg VG: 27 poäng varav 12 poäng på VG-nivå.
Totalt antal möjliga poäng är 40.

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt

MA010B, Matematik 3, behörighetsgivande kurs

MA137G, Matematik för tekniker G1N

2024-03-01, kl 8.15-12.30

Hjälpmedel:

- Del I: Bifogat formelblad.
- Del II: Bifogat formelblad och valfri miniräknare.

Tentamen bedöms med betyg Väl godkänt(VG), Godkänt(G) eller Underkänt(U). Tentamen består av två delar: Del I och II och tillsammans kan de ge 40 poäng varav 12 VG-poäng.

Kravgräns för tentamensbetyget:

G: 17 poäng

VG: 27 poäng varav minst 6 poäng på VG-nivå.

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (G eller VG) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (1/1) att en korrekt lösning ger en poäng på G-nivå och en poäng på VG-nivå.

Till uppgifter där *endast svar krävs* behöver du endast ge ett kort svar i avsedd svarsruta på uppgiftsbladet. Till andra uppgifter behöver du lämna fullständiga lösningar till alla uppgifter på lösblad. Använd nytt blad för varje uppgift.

Till uppgifter där *fullständig lösning krävs* behöver du redovisa en fullständig lösning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats för att få full poäng. Redovisningen ska vara kortfattad, men tillräckligt utförlig och uppställd och formulerad så att tankegången lätt kan följas. Ett svar med t.ex. enbart värdet av en uträkning ger inte poäng. Numeriska värden kan anges som uttryck, lämpligt förenklade, där rotuttryck, logaritmer och exponentialuttryck kan ingå utöver *rena siffror*, om så behövs.

Namn: _____

Personnummer: _____

LYCKA TILL!

Del I: Digitala verktyg är inte tillåtna. För uppgifterna 1-5 *krävs endast svar*. Skriv ditt svar i svarsrutan under respektive uppgift. Uppgifterna 6-10 *kräver fullständiga lösningar* och skrivs på separat skrivpapper. När du är färdig med uppgifterna 1-10 lämnar du in Del I till skrivvakterna.

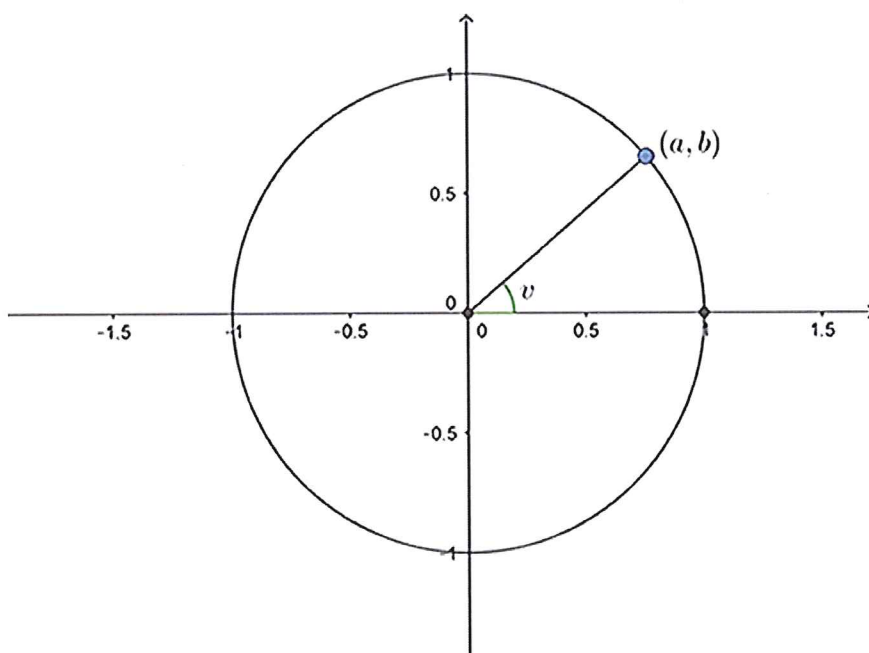
1. För vilka värden på x är funktionen $f(x) = \frac{x^2 + 7}{x^2 - 4x + 3}$ inte definierat? (2/0)

Svar:

2. Punkten P i figuren har koordinaterna (a, b) . Uttryck följande med hjälp av punkten P 's koordinater.

$$\cos(180^\circ - v) + \sin v - \sin(180^\circ - v)$$

(1/1)



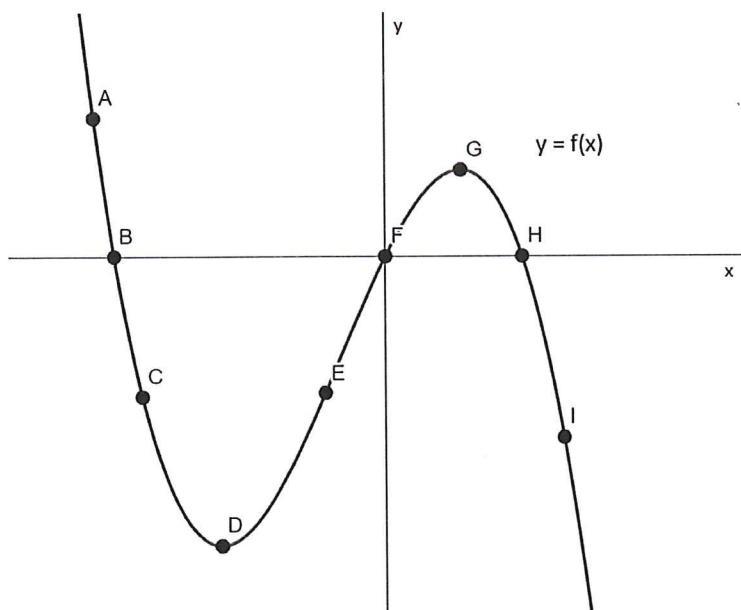
Svar:

3. Beräkna $|5 \cdot (-2)| + |7 - 9|$

(1/0)

Svar:

4. Figuren visar grafen till en tredjegradsfunktion $y = f(x)$. I vilka av punkterna A-I gäller det att



(a) $f'(x) = 0$?

(1/0)

Svar:

(b) $f'(x) > 0$?

(1/0)

Svar:

5. Lös ekvationen $e^x \cdot e^{4x} = 7$. Ange svaret i exakt form.

(2/0)

Svar:

Uppgifterna 6-10 skall du lämna in lösningar till på separat skrivpapper.

6. Beräkna följande gränsvärde:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5 + 4x^2}{x^3 + 3x^2} \quad (2/0)$$

7. Derivera följande funktioner

$$(a) \ f(x) = 3x^5 + 2x^4 - 3x - 14 \quad (2/0)$$

$$(b) \ g(x) = (7^x - 1)^2 + e^2 \quad (0/2)$$

8. Bestäm talet a så att

$$\int_0^{\ln a} e^{3x} dx = \frac{7}{3} \quad (0/2)$$

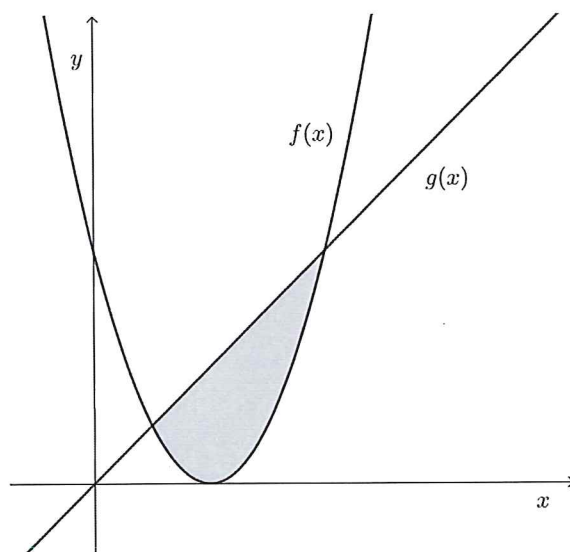
9. Bestäm $f(x)$ givet att $f''(x) = 6x - 10$ och $f'(1) = -7$ och $f(1) = -3$. (3/0)

10. Lös ekvationen

$$\frac{2x}{x^2 - 1} = \frac{x}{x - 1} - \frac{5}{x + 1} \quad (1/1)$$

Del II: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat skrivpapper.
Du kan påbörja arbetet med dessa uppgifter utan räknare i väntan på att få lämna in Del I.

11. Bestäm ekvationen för tangenten till funktionen $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ i den punkt där $x = -2$. (2/0)
12. För funktionen f gäller att $f(x) = x^4 - 18x^2 + 5$. Bestäm med hjälp av derivata koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- eller terrasspunkter för funktionens graf. Bestäm också karaktär för respektive punkt, det vill säga om det är en maximi-, minimi- eller terrasspunkt. (3/0)
13. I en likbent triangel är basen 20 cm. Motstående vinkel till basen är 40° .
- (a) Bestäm längden för de andra två sidorna i triangeln. (2/0)
- (b) Bestäm triangelns area. (2/0)
14. Två olika bakteriekulturer växer med följande två exponentiella tillväxtfunktioner där $t \geq 0$ ges i minuter.
- Bakteriekultur A: $f(t) = 150 \cdot 1,03^t$.
- Bakteriekultur B: $g(t) = 200 \cdot e^{0,015t}$.
- (a) Vilken bakteriepopulation är störst efter 40 minuter, A eller B? (2/0)
- (b) Vilken population har störst förändringshastighet exakt vid 2 timmar? (1/1)
15. Summan av två positiva tal är $\frac{1}{8}$. Vilken är talens största möjliga produkt? (0/2)
16. Nedan finns grafen för funktionerna $f(x) = (x - 2)^2$ och $g(x) = x$. Beräkna arean av det skuggade området. (0/3)



Formelblad matematik 3

Algebra

Regler

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Andragradsekvationer

$$x^2 + px + q = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Aritmetik

Prefix

T	G	M	k	h	d	c	m	μ	n	p
tera	giga	mega	kilo	hekto	deci	centi	milli	mikro	nano	piko
10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Potenser

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

$$\frac{1}{a^n} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^0 = 1$$

Geometrisk summa

$$a + ak + ak^2 + \dots + ak^{n-1} = \frac{a(k^n - 1)}{k - 1} \quad \text{där } k \neq 1$$

Logaritmer

$$y = 10^x \Leftrightarrow x = \lg y$$

$$y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y$$

$$\lg x + \lg y = \lg xy$$

$$\lg x - \lg y = \lg \frac{x}{y}$$

$$\lg x^p = p \cdot \lg x$$

Absolutbelopp

$$|a| = \begin{cases} a & \text{om } a \geq 0 \\ -a & \text{om } a < 0 \end{cases}$$

Funktioner och samband

Räta linjen

$$y = kx + m \quad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$k_1 \cdot k_2 = -1, \text{ villkor för vinkelräta linjer}$$

$$ax + by + c = 0, \text{ där inte både } a \text{ och } b \text{ är noll}$$

Potensfunktioner

$$y = C \cdot x^a$$

Andragsgradsfunktioner

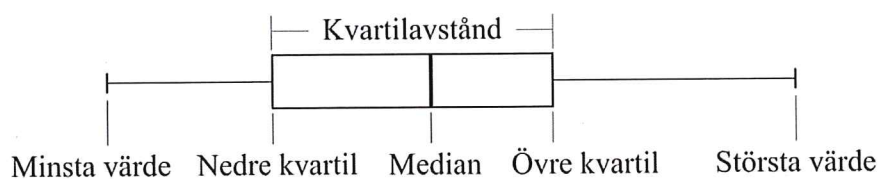
$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

Exponentialfunktioner

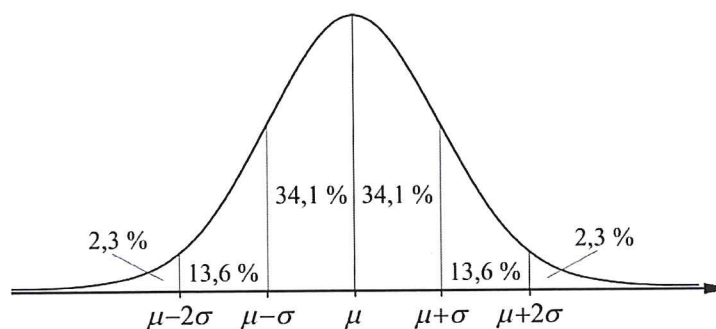
$$y = C \cdot a^x \quad a > 0 \text{ och } a \neq 1$$

Statistik och sannolikhet

Lådagram



Normalfördelning



Differential- och integralkalkyl

Derivatans definition $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

Derivator

Funktion	Derivata
x^n där n är ett reellt tal	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
a^x ($a > 0$)	$a^x \ln a$
e^x	e^x
e^{kx}	$k \cdot e^{kx}$
$k \cdot f(x)$	$k \cdot f'(x)$
$f(x) + g(x)$	$f'(x) + g'(x)$

Integralkalkylens fundamentalsats

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a) \quad \text{där } F'(x) = f(x)$$

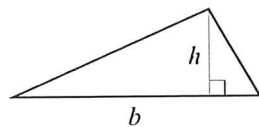
Primitiva funktioner

Funktion	Primitiva funktioner
k	$kx + C$
x^n ($n \neq -1$)	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
a^x ($a > 0, a \neq 1$)	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
e^x	$e^x + C$
e^{kx}	$\frac{e^{kx}}{k} + C$

Geometri

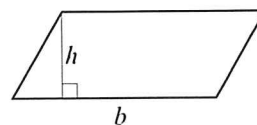
Triangel

$$A = \frac{bh}{2}$$



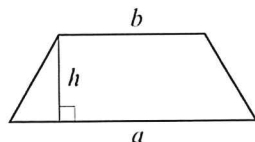
Parallelogram

$$A = bh$$



Parallelltrapets

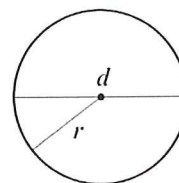
$$A = \frac{h(a+b)}{2}$$



Cirkel

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

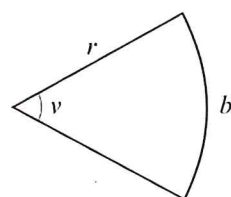
$$O = 2\pi r = \pi d$$



Cirkelsektor

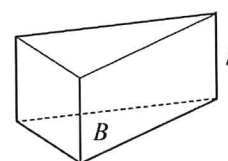
$$b = \frac{v}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$A = \frac{v}{360^\circ} \cdot \pi r^2 = \frac{br}{2}$$



Prisma

$$V = Bh$$

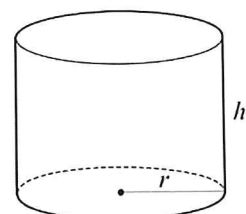


Cylinder

$$V = \pi r^2 h$$

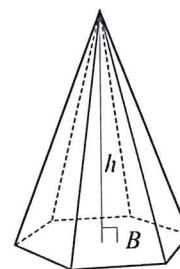
Mantelarea

$$A = 2\pi r h$$



Pyramid

$$V = \frac{Bh}{3}$$

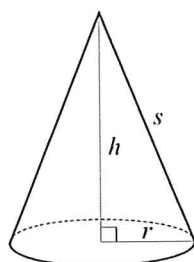


Kon

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Mantelarea

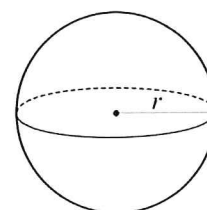
$$A = \pi r s$$



Klot

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

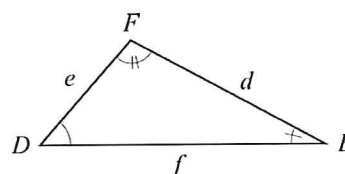
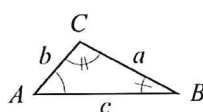
$$A = 4\pi r^2$$



Likformighet

Triangelarna ABC och DEF är likformiga

$$\text{om } \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$



Skala Areaskalan = (Längdskalan)²

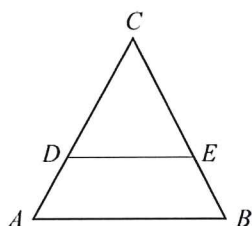
Volymaskalan = (Längdskalan)³

Topptriangelsatsen

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{CE}{BC}$$

Transversalsatsen

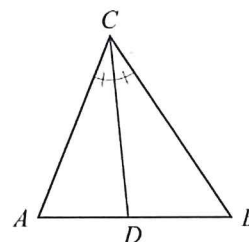
$$\frac{CD}{AD} = \frac{CE}{BE}$$



DE är parallell med AB

Bisektrissatsen

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$



Vinklar

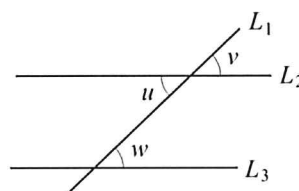
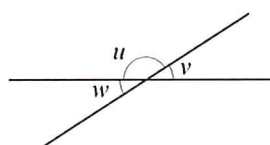
$u + v = 180^\circ$ Sidovinklar

$w = v$ Vertikalvinklar

L_1 skär två parallella linjer L_2 och L_3

$v = w$ Likbelägna vinklar

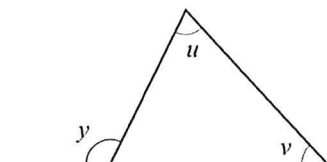
$u = w$ Alternatvinklar



Vinkelsumman S i en n -hörning: $S = (n-2) \cdot 180^\circ$

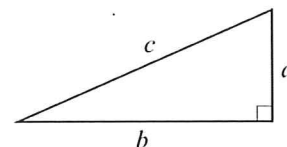
Yttervinkelsatsen

$y = u + v$



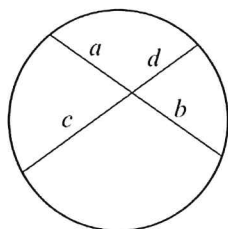
Pythagoras sats

$$a^2 + b^2 = c^2$$



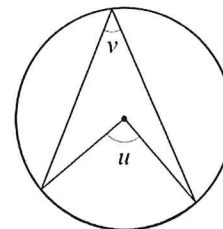
Kordasatsen

$ab = cd$



Randvinkelsatsen

$u = 2v$



Avståndsformeln

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

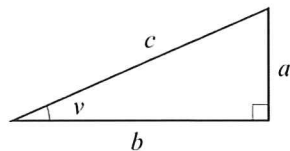
Mittpunktsformeln

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{och} \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Trigonometri

Definitioner

Rätvinklig triangel

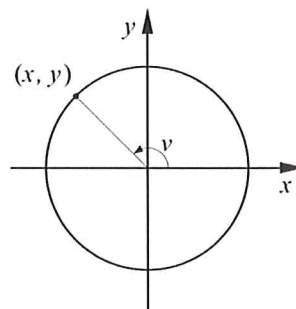


$$\sin v = \frac{a}{c}$$

$$\cos v = \frac{b}{c}$$

$$\tan v = \frac{a}{b}$$

Enhetscirkel



$$\sin v = y$$

$$\cos v = x$$

$$\tan v = \frac{y}{x}$$

Sinussatsen

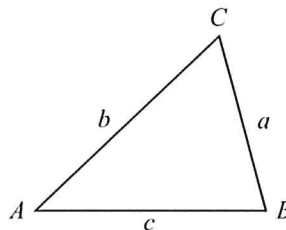
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Areasatsen

$$T = \frac{ab \sin C}{2}$$



Trigonometriska funktionsvärden

Vinkel v	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin v$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos v$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan v$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Ej def.	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0