

Institutionen för handel och företagande

TENTAMEN

Kurs Regressions- och tidsserieanalys – grundkurs G1F

Delkurs Tentamen

Kurskod ST308G

Högskolepoäng för tentamen 6

Datum 241031

Skrivtid 14.15-19.30

Ansvarig lärare: Marie Lundgren

Berörda lärare: Marie Lundgren och Magnus Bredberg

Hjälpmedel/bilagor: Kalkylator/Miniräknare Casio fx 82 MS, finns att låna i tentamenslokalen.

Formelsamling för grundkurser i statistik (ljusgrön framsida) finns att låna i tentamenslokalen.

Formelbilaga, finns bifogad tentamen.

Besöker skrivningen ☐ Ja ☒ Nej

Anvisningar ☐ Ta nytt blad för varje lärare

☒ Ta nytt blad för varje ny fråga

☒ Skriv endast på en sida av papperet.

☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.

☒ Numrera lösbladen löpande.

☒ Använd inte röd penna.

☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Gränser

Betyg ges efter en samlad bedömning av svaren för respektive mål.

Betyget Godkänd på tentamen ges om man blivit godkänd på icke stjärnmarkerade uppgifter för respektive mål i tentan.

För betyget Väl godkänd krävs att man uppfyller kriterierna för betyget Godkänd och att man blivit godkänd på stjärnmarkerade uppgifter för mål 2 samt för ytterligare åtminstone ett mål.

Uppfylls inte kriteriet för betyget Godkänd ges betyget Underkänd.

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till

Tentamen består av 7 uppgifter.

Examinerar mål 1. Genomföra och tolka resultaten av korrelationsanalys

1. En mäklare som är verksam i en badort bedömer att de två viktigaste faktorerna för de priser som lägenheterna på orten säljs för är förekomst av havsutsikt och boendeyta. För att närmare analysera de båda faktorernas inverkan på prisbildningen samlar hen in data från de nio senaste lägenhetsförsäljningarna. Resultat

Lägenhet	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pris i tusentals kronor (y)	910	790	1310	1290	580	1060	630	450	380
Yta i kvadratmeter (x)	35	75	115	125	41	80	120	70	55

Nedan återfinns summor som kan vara användbara i både uppgift 1 och 2:

$$\begin{aligned}910 + 790 + 1310 + 1290 + 580 + 1060 + 630 + 450 + 380 &= 7\,400 \\910^2 + 790^2 + 1310^2 + 1290^2 + 580^2 + 1060^2 + 630^2 + 450^2 + 380^2 &= 7\,036\,200 \\35 + 75 + 115 + 125 + 41 + 80 + 120 + 70 + 55 &= 716 \\35^2 + 75^2 + 115^2 + 125^2 + 41^2 + 80^2 + 120^2 + 70^2 + 55^2 &= 66\,106 \\35 \cdot 910 + 75 \cdot 790 + 115 \cdot 1310 + 125 \cdot 1290 + 41 \cdot 580 + 80 \cdot 1060 + 120 \cdot 630 + \\70 \cdot 450 + 55 \cdot 380 &= 639\,580\end{aligned}$$

- a) Undersök på 10%-nivån om det finns något linjärt samband mellan variablerna Pris och Yta genom att beräkna Pearsons produktmomentkorrelationskoefficient. *Motivera ditt svar utifrån gjorda beräkningar.*
- b) ** Vilka slutsatser kan du dra utifrån det i a) gjorda testet? *Motivera ditt svar utifrån gjorda beräkningar.*
- c) Undersök på 10%-nivån om det finns något positivt linjärt samband mellan variablerna Pris och Yta genom att beräkna Pearsons produktmomentkorrelationskoefficient. *Motivera ditt svar utifrån gjorda beräkningar.*
- d) ** Vilka slutsatser kan du dra utifrån det i c) gjorda testet? *Motivera ditt svar utifrån gjorda beräkningar.*

Examinerar mål 2. Analysera regressionsmodeller med hjälp av minstakvadratmetoden

2. Denna uppgift handlar om enkel linjär regression och använder datamaterialet i uppgift 1 ovan.
- a) Anpassa en regressionslinje till datamaterialet i uppgift 1). *Motivera ditt svar utifrån gjorda beräkningar.*
- b) Vad är, enligt modellen i deluppgift a), den förväntade prisnivån för lägenheter med bostadsytan 80 kvadratmeter? *Motivera ditt svar utifrån gjorda beräkningar.*
- c) Intervallskatta den förväntade prisnivån för lägenheter med bostadsytan 80 kvadratmeter. Använd konfidensgraden 95 procent. *Motivera ditt svar utifrån gjorda beräkningar.*

2024-10-31

3. Undersökningen i uppgift 1 och 2 på föregående sida har kompletterats med variabeln Havsutsikt.

Pris (y) : Försäljningspris i tusentals kronor.

Yta: Lägenhetsyta i kvadratmeter

Havsutsikt: 1 = Ja och 0 = Nej

Lägenhet	Pris	Yta	Havsutsikt
1	910	35	1
2	790	75	0
3	1310	115	1
4	1290	125	1
5	580	41	0
6	1060	80	1
7	630	120	0
8	450	70	0
9	380	55	0

Mäklaren anpassar en regressionsmodell för att bilda sig en uppfattning om hur prisnivån hänger samman med lägenhetsyta och förekomst av havsutsikt. Resultat nedan:

Regression Equation

$$\text{Pris} = 315 + 3,48 \text{ Yta} + 519,0 \text{ Havsutsikt}$$

Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value	VIF
Constant	315	122	2,58	0,042	
Yta	3,48	1,47	2,37	0,055	1,07
Havsutsikt	519,0	94,0	5,52	0,001	1,07

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
135,453	88,43%	84,58%	77,13%

- Tolka den skattade regressionskoefficienten framför "Havsutsikt".
- Beräkna ett 95%-igt konfidensintervall för regressionskoefficienten framför "Havsutsikt".
Motivera ditt svar utifrån gjorda beräkningar.
- Vilka regressionskoefficienter är signifikant skilda från noll? *Motivera svaret.*
- Vilka regressionskoefficienter är signifikant större än från noll? *Motivera svaret.*

4. För att skatta parametrarna α och β i regressionsmodellen $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ används Minstakvadratmetoden. Beskriv med egna ord innebörden av Minstakvadratmetoden. (Ge med andra ord en förklaring till metodens namn.)

2024-10-31

5. ** Vid fem på varandra följande år har efterfrågad mängd av en vara, Y , priset på samma vara, x_1 , och inkomstutvecklingen, x_2 , observerats. Dessa observationer har använts för att skatta paramet-rarna i följande modell med hjälp av Minitab, $Y_i = \alpha \cdot x_{1i}^{\beta_1} \cdot x_{2i}^{\beta_2} \cdot 10^{\epsilon_i}$. Resultatet från Minitab-körningen följer nedan.

Regression Analysis: lg(y) versus lg(x_1); lg(x_2)

Analysis of Variance

Source	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
Regression	2	0,017000	0,008500	6,80	0,128
Error	2	0,002500	0,001250		
Total	4	0,019500			

Model Summary

S	R-sq	R-sq(adj)
0,0353553	87,18%	74,36%

Coefficients

Term	Coef	SE Coef	T-Value	P-Value
Constant	-0,1000	0,0990	-1,01	0,419
lg(x_1)	-1,000	0,589	-1,70	0,232
lg(x_2)	1,000	0,311	3,21	0,085

Regression Equation

$$\lg(y) = -0,1000 - 1,000 \lg(x_1) + 1,000 \lg(x_2)$$

- a) ** Skriv det skattade regressionssambandet på icke-linjär form utifrån Minitabutskriften ovan.
- b) ** Tolka parameterskattningarna av β_1 och β_2 .
- c) ** Är regressionskoefficienten β_2 signifikant större än noll? Använd testnivån fem procent.
Motivera ditt svar utifrån gjorda beräkningar.

Examinerar mål 3. Genomföra och tolka resultaten av vissa former av tidsserieanalys och göra prognoser

6. Läskedrycksförsäljningen (i tusentals kronor) vid en större varuhuskedja visar en utpräglad säsongsvariation:

År	kvartal 1	kvartal 2	kvartal 3	kvartal 4
1	667	980	2 352	1 375
2	859	1 239	2 943	1 737
3	1 049	1 477	3 545	2 060

- a) Bestäm säsongskomponenterna, under antagande att säsongsvariationerna kan beskrivas med en multiplikativ tidsseriemodell. *Motivera ditt svar utifrån gjorda beräkningar.*
- b) ** Redogör allmänt för när det är lämpligt att använda en additiv eller multiplikativ modell vid tidsserieanalys.
- c) Säsongrensa tidsserien. *Motivera ditt svar utifrån gjorda beräkningar.*
- d) ** Nedan har både den trend- och säsongsmässiga variationen skattats samtidigt med en multipel regressionsmodell och Minitab. Beskriv hur den multipla regressionsmodellen i detta fall ser ut och hur parameterskattningarna nedan ska tolkas.
- e) ** Gör en prognos för läskedrycksförsäljningen år 4 kvartal 1.

Regression Equation

$$\lg(y) = 2,81246 + 0,022767 t + 0,13549 \text{ Kvartal_2} + 0,49145 \text{ Kvartal_3} + 0,23606 \text{ Kvartal_4}$$

$$\text{där} \quad \text{kvartal_2} = \begin{cases} 1 & \text{om det studerade kvartalet är en observation i kvartal 2} \\ 0 & \text{om det studerade kvartalet inte är en observation i kvartal 2} \end{cases}$$

där motsvarande gäller för variablerna kvartal_3 och kvartal_4.

7. Försäljningen i en verksamhet har utvecklats enligt följande:

Vecka	Försäljning i kkr
1	50
2	63
3	58
4	40

- a) Gör en prognos för vecka 5 med hjälp av naiv prognosmetod. *Motivera ditt svar utifrån gjorda beräkningar.*
- b) Gör en prognos för vecka 5 med hjälp av trepunkts glidande medelvärden. *Motivera ditt svar utifrån gjorda beräkningar.*
- c) Gör en prognos för vecka 5 med hjälp av enkel exponentiell utjämning ($\alpha = 0.2$). *Motivera ditt svar utifrån gjorda beräkningar.*

KORRELATION

Kovariansen mellan två stokastiska variabler

$$\text{Cov}(X, Y) = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] \quad (401)$$

Korrelationskoefficienten i populationen

$$\rho = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (402)$$

Korrelationskoefficienten i stickprovet (Pearsons produktmomentkorrelationskoefficient)

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sqrt{\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right) \left(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}\right)}} \quad (403)$$

Test av $H_0: \rho = 0$

$$\frac{r}{\sqrt{(1-r^2)/(n-2)}} \sim t_{n-2} \quad (404)$$

Spearmans rangkorrelationskoefficient (för material utan "ties")

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2-1)} \quad (405)$$

Test av $H_0: \rho_s = 0$

Positivt samband: Förkasta H_0 då $r_s >$ tabellvärde

Negativt samband: Förkasta H_0 då $r_s <$ negativt tabellvärde

REGRESSION

Enkel linjär regression

$$\text{Modell: } Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i \quad \text{där } \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \quad (406)$$

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} \quad (407)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (408)$$

Determinationskoefficienten

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad \text{där} \quad (409)$$

$$SSE = \sum e_i^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = \left(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} \right) - b \left(\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n} \right) \quad (410)$$

$$SST = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} \quad (411)$$

Skattning av residualvariansen σ^2

$$s^2 = \text{MSE} = \frac{SSE}{n-2} \quad \text{eller} \quad s^2 = \frac{n-1}{n-2} s_y^2 (1 - r^2) \quad (412)$$

Variansen hos b-koefficienten

$$\sigma_b^2 = \frac{\sigma^2}{\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)} \quad (\text{om } \sigma \text{ är känd}) \quad (413)$$

$$s_b^2 = \frac{s^2}{\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right)} \quad (\text{om } \sigma \text{ är okänd}) \quad (414)$$

Konfidensintervall för β

$$b \pm t_{n-2, \alpha/2} s_b \quad (415)$$

Test av $H_0: \beta = 0$

$$\frac{b}{s_b} \sim t_{n-2} \quad (416)$$

Prediktionsintervall för Y då $x = x_0$

$$\hat{y}_0 \pm t_{n-2, \alpha/2} s \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)}} \quad (417)$$

Konfidensintervall för förväntat värde på Y då $x = x_0$

$$\hat{y}_0 \pm t_{n-2, \alpha/2} s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)}} \quad (418)$$

Multipel linjär regression

$$\text{Modell: } Y_i = \alpha + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_K x_{Ki} + \varepsilon_i \quad \text{där } \varepsilon_i \sim N(0, \sigma) \quad (419)$$

Beräkningar och analys genomförs med hjälp av datorprogram för multipel linjär regression. Formlerna som följer kan användas för att dels tolka den standardutskrift som fås genom datorkörningen och dels göra kompletterande analyser.

Kvadratsummor och determinationskoefficient

$$SST = \sum (y_i - \bar{y})^2 \quad (420)$$

$$SSR = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (421)$$

$$SSE = \sum e_i^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (422)$$

$$SST = SSR + SSE \quad (423)$$

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad (424)$$

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{SSE/(n-K-1)}{SST/(n-1)} \quad (425)$$

Skattning av residualvariansen

$$s^2 = MSE = \frac{SSE}{n-K-1} \quad (426)$$

Konfidensintervall för den i:te β -koefficienten

$$b_i \pm t_{n-K-1, \alpha/2} s_{b_i} \quad (427)$$

Test av $H_0: \beta_i = 0$

$$\frac{b_i}{s_{b_i}} \sim t_{n-K-1} \quad (428)$$

Test av $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_K = 0$

$$\frac{SSR/K}{SSE/(n-K-1)} \sim F_{K,n-K-1} \quad (429)$$

eller

$$\frac{R^2}{1-R^2} \frac{n-K-1}{K} \sim F_{K,n-K-1} \quad (430)$$

Icke-linjär regression

Polynomsamband

$$\text{Modell: } Y_i = \alpha + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \dots + \beta_K x_i^K + \varepsilon_i \text{ där } \varepsilon_i \sim \text{Nf}(0, \sigma) \quad (431)$$

Använd formler/program för multipel linjär regression med:

$$x_1 = x, x_2 = x^2, \dots, x_K = x^K$$

Exponentiella samband

$$\text{Modell: } Y_i = \alpha \cdot \beta^{x_i} \cdot 10^{\varepsilon_i} \quad \text{där } \varepsilon_i \sim \text{Nf}(0, \sigma) \quad (432)$$

$$\text{Logaritmering ger: } \lg(Y_i) = \lg(\alpha) + \lg(\beta)x_i + \varepsilon_i \quad (433)$$

Genomför beräkningar och analys på (den linjära) modellen med hjälp av formler/program för enkel linjär regression.

Loglinjära samband

$$\text{Modell: } Y_i = \alpha \cdot x_i^\beta \cdot 10^{\varepsilon_i} \quad \text{där } \varepsilon_i \sim \text{Nf}(0, \sigma^2) \quad (434)$$

$$\text{Logaritmering ger } \lg(Y_i) = \lg(\alpha) + \beta \cdot \lg(x_i) + \varepsilon_i \quad (435)$$

Genomför beräkningar och analys på (den linjära) modellen med hjälp av formler/program för enkel linjär regression.

PROGNOSMETODIK

Exponentiell utjämning

Prognos med enkel exponentiell utjämning

Beräkna de utjämnade värdena enligt

$$S_1 = y_1 \quad (436)$$

$$S_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)S_{t-1} \quad (437)$$

Vid tidpunkt t , gör prognos för tidpunkt $t+h$ enligt

$$\hat{y}_{t+h} = S_t \quad (438)$$

Medelkvadratavvikelse

$$MSE = \frac{\sum (y_{t+h} - \hat{y}_{t+h})^2}{n} \quad (439)$$

Genomsnittlig absolut procentavvikelse

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum \frac{|y_{t+h} - \hat{y}_{t+h}|}{y_{t+h}} \quad (440)$$

Prognos med Holt's linjära trend algoritm

Beräkna de utjämnade värdena enligt

$$S_2 = y_2 \quad (441)$$

$$T_2 = y_2 - y_1 \quad (442)$$

$$S_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(S_{t-1} + T_{t-1}) \quad (443)$$

$$T_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (444)$$

Vid tidpunkt t , gör prognos för tidpunkt $t + h$ enligt

$$\hat{y}_{t+h} = S_t + h \cdot T_t \quad (445)$$

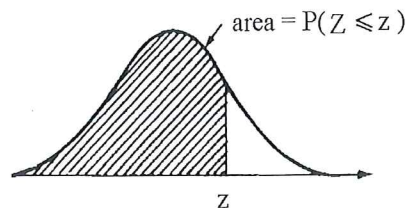
TABELLER

Tabell 1. Kritiska värden vid ensidigt test av Spearmans rangkorrelationskoefficient

n	α			
	.050	.025	.010	.005
5	.900	—	—	—
6	.829	.886	.943	—
7	.714	.786	.893	—
8	.643	.738	.833	.881
9	.600	.683	.783	.833
10	.564	.648	.745	.794
11	.523	.623	.736	.818
12	.497	.591	.703	.780
13	.475	.566	.673	.745
14	.457	.545	.646	.716
15	.441	.525	.623	.689
16	.425	.507	.601	.666
17	.412	.490	.582	.645
18	.399	.476	.564	.625
19	.388	.462	.549	.608
20	.377	.450	.534	.591
21	.368	.438	.521	.576
22	.359	.428	.508	.562
23	.351	.418	.496	.549
24	.343	.409	.485	.537
25	.336	.400	.475	.526
26	.329	.392	.465	.515
27	.323	.385	.456	.505
28	.317	.377	.448	.496
29	.311	.370	.440	.487
30	.305	.364	.432	.478

Tabell 2. Normalfördelningen

$P(Z \leq z)$ där $Z \sim N(0, 1)$

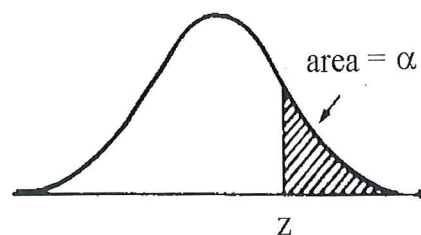


För negativa värden på z : Utnyttja att $P(Z \leq -z) = P(Z \geq z)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98214	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865									
3.1	.99903									
3.2	.99931									
3.3	.99952									
3.4	.99966									
3.5	.99977									
3.6	.99984									
3.7	.99989									
3.8	.99993									
3.9	.99995									

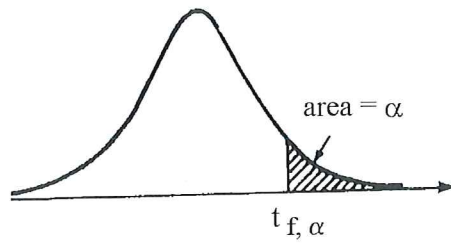
Normalfördelningen- vissa givna α -värden

α	z_{α}	α	z_{α}
0.10	1.2816	0.001	3.0902
0.05	1.6449	0.0005	3.2905
0.025	1.9600	0.0001	3.7190
0.010	2.3263	0.00005	3.8906
0.005	2.5758	0.00001	4.2649



Tabell 3. t-fördelningen

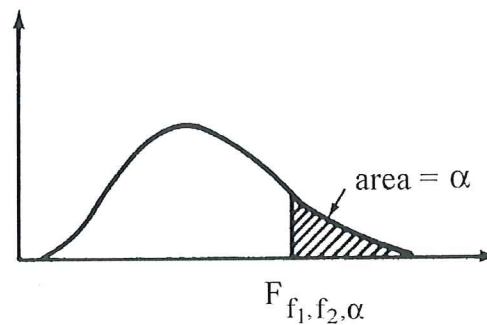
$P(X > t_{f,\alpha}) = \alpha$ där $X \sim t_f$



α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
f							
1	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66	318.31	636.61
2	1.89	2.92	4.30	5.96	9.92	22.33	31.60
3	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84	10.21	12.92
4	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03	5.89	6.87
6	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7	1.41	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.41
8	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11	4.02	4.44
12	1.36	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.14
15	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.02
17	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.97
18	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20	1.33	1.72	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
21	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83	3.53	3.82
22	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82	3.51	3.79
23	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81	3.48	3.77
24	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80	3.47	3.75
25	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.73
26	1.32	1.71	2.06	2.48	2.78	3.44	3.71
27	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77	3.42	3.69
28	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76	3.41	3.67
29	1.31	1.70	2.05	2.46	2.76	3.40	3.66
30	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62	3.16	3.37
∞	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29

Tabell 4. F-fördelningen, $\alpha = 0.05$

$$P(X > F_{f_1, f_2, \alpha}) = \alpha \text{ där } X \sim F_{f_1, f_2}$$



f_2	f_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1		161.	200.	216.	225.	230.	234.	237.	239.	241.	242.	243.	244.	245.	245.
2		18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4
3		10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.73	8.71
4		7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89	5.87
5		6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66	4.64
6		5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98	3.96
7		5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55	3.53
8		5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26	3.24
9		5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05	3.03
10		4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89	2.86
11		4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74
12		4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66	2.64
13		4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58	2.55
14		4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.48
15		4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45	2.42
16		4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40	2.37
17		4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.35	2.33
18		4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31	2.29
19		4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26
20		4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22
24		4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.22	2.18	2.15	2.13
30		4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.06	2.04
40		4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.97	1.95
50		4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.99	1.95	1.92	1.89
60		4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.89	1.86
80		3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.91	1.88	1.84	1.82
100		3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.89	1.85	1.82	1.79
∞		3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.72	1.69

Tabell 4 (fortsättning)

f_2	f_1	15	16	17	18	19	20	24	30	40	50	60	80	100	∞
1		246.	246.	247.	247.	248.	248.	249.	250.	251.	252.	252.	252.	253.	254.
2		19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3		8.70	8.69	8.68	8.67	8.67	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58	8.57	8.56	8.55	8.53
4		5.86	5.84	5.83	5.82	5.81	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.67	5.66	5.63
5		4.62	4.60	4.59	4.58	4.57	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.41	4.37
6		3.94	3.92	3.91	3.90	3.88	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.72	3.71	3.67
7		3.51	3.49	3.48	3.47	3.46	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.30	3.29	3.27	3.23
8		3.22	3.20	3.19	3.17	3.16	3.15	3.12	3.08	3.04	3.02	3.01	2.99	2.97	2.93
9		3.01	2.99	2.97	2.96	2.95	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.79	2.77	2.76	2.71
10		2.85	2.83	2.81	2.80	2.79	2.77	2.74	2.70	2.66	2.64	2.62	2.60	2.59	2.54
11		2.72	2.70	2.69	2.67	2.66	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.49	2.47	2.46	2.40
12		2.62	2.60	2.58	2.57	2.56	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.38	2.36	2.35	2.30
13		2.53	2.51	2.50	2.48	2.47	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.30	2.27	2.26	2.21
14		2.46	2.44	2.43	2.41	2.40	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.22	2.20	2.19	2.13
15		2.40	2.38	2.37	2.35	2.34	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.16	2.14	2.12	2.07
16		2.35	2.33	2.32	2.30	2.29	2.28	2.24	2.19	2.15	2.12	2.11	2.08	2.07	2.01
17		2.31	2.29	2.27	2.26	2.24	2.23	2.19	2.15	2.10	2.08	2.06	2.03	2.02	1.96
18		2.27	2.25	2.23	2.22	2.20	2.19	2.15	2.11	2.06	2.04	2.02	1.99	1.98	1.92
19		2.23	2.21	2.20	2.18	2.17	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.96	1.94	1.88
20		2.20	2.18	2.17	2.15	2.14	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.95	1.92	1.91	1.84
24		2.11	2.09	2.07	2.05	2.04	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.82	1.80	1.73
30		2.01	1.99	1.98	1.96	1.95	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.70	1.62
40		1.92	1.90	1.89	1.87	1.85	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.61	1.59	1.51
50		1.87	1.85	1.83	1.81	1.80	1.78	1.74	1.69	1.63	1.60	1.58	1.54	1.52	1.44
60		1.84	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.53	1.50	1.48	1.39
80		1.79	1.77	1.75	1.73	1.72	1.70	1.65	1.60	1.54	1.51	1.48	1.45	1.43	1.32
100		1.77	1.75	1.73	1.71	1.69	1.68	1.63	1.57	1.52	1.48	1.45	1.41	1.39	1.28
∞		1.67	1.64	1.62	1.60	1.59	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.27	1.24	1.00