



HÖGSKOLAN
I SKÖVDE

Institutionen för Ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs: Hållfasthetslära III

Kurskod: MT347G

Högskolepoäng för tentamen: 6 hp

Datum: 2024-05-24

Skrivtid: 8:15-13:30

Ansvarig lärare: Niclas Strand

Hjälpmedel:

- Matematisk formelsamling och Beta
- Handbok och formelsamling i hållfasthetslära, KTH

- Anvisningar:
- ☒ Ta nytt blad för varje ny uppgift.
 - ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
 - ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
 - ☒ Numrera lösbladen löpande.
 - ☒ Använd inte röd penna.
 - ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser: Tentamen omfattar fyra problem om vardera 5 poäng.

Betyg: F om någon uppgift bedöms med 0 poäng

E $\geq$ 4 poäng

D $\geq$ 7 poäng

C $\geq$ 10 poäng

B $\geq$ 14 poäng

A $\geq$ 18 poäng

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

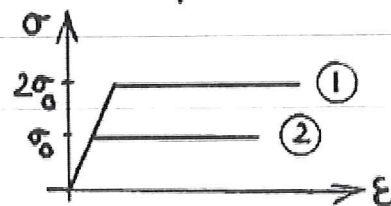
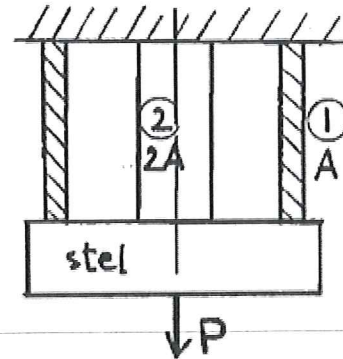
Lycka till!

Uppgift 1 (5 poäng)

Systemet till höger består av ett rör (1) och en axel (2) som är monterade på en stel platta enligt figur. Axelns tvärsnittsarea är dubbelt så stor som rörets. Rörets och axelns material är båda elastiskt-idealplastiska och de har samma E -modul. Dock har rörets material dubbelt så hög sträckgräns som axelns, se spännings-töjningsdiagrammet nedan.

Systemet belastas med en ökande last, P , till dess att både axeln och röret plasticerar (systemet kollapsar). Från kollapsat tillstånd avlastas sedan systemet.

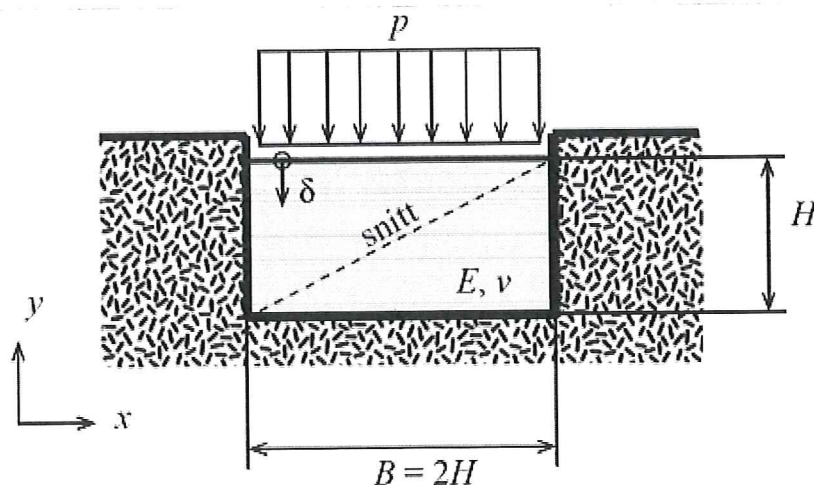
- Vid vilken last erhålls begynnande plasticering?
- Vid vilken last kollapsar systemet?
- Bestäm spänningstillståndet i röret och axeln efter avlastning.



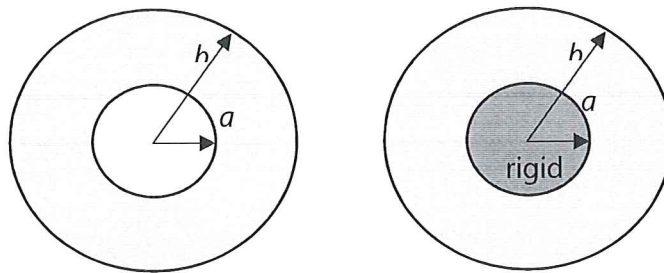
Uppgift 2 (5 poäng)

En plugg i form av ett rätblock är exakt inpassad i en mycket styv kropp. Den fria horisontella ytan belastas med ett tryck p . Pluggen har höjden H i y -led och bredden $B = 2H$ i x -led. Bredden i z -led är samma som bredden i x -led. Pluggen är fri att utvidga sig i z -led. Dessutom är friktionen mellan plugg och omgivande material försumbar. Materialet är linjärelastiskt med elasticitetsmodulen E och Poisson's tal ν .

Bestäm nedtryckningen δ av den fria ytan samt storleken på den normalspänning och skjuvspänning som uppträder på en snittyta som löper längs diagonalen mellan rätblockets hörn i xy -planet (se figur).



Uppgift 3 (5 poäng)

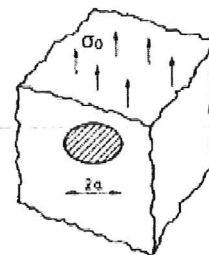


- a) En fri tunn skiva med innerradie a och ytterradie b roterar med en konstant vinkelhastighet, se vänster figur. Materialet har densiteten ρ , elasticitetsmodulen E och Poisson's tal ν . Formulera en ekvation för största tillåtna vinkelhastighet $\omega_{\text{till},1}$ om max tillåten radiell förskjutning vid $r=a$ är u_{till} .
- b) Nu har skivan limmats på en stel(rigid) axel, se höger figur. Axeln och skivan passar perfekt så att både skivan och limfogen är spänningsfria då rotationshastigheten är 0. Skivan och axeln börjar sedan att rotera. Formulera en ekvation för maximal tillåten vinkelhastighet $\omega_{\text{till},2}$ om den tillåtna normalspänningen (dragspänning) i limfogen är σ_{till} .

Uppgift 4 (5 poäng)

En liten inre myntformad spricka med radien a_0 är identifierad i mitten av en väldigt stor ($\gg a_0$) kropp. Kroppen belastas i modus I av en randlast långt från sprickan enligt figur. För denna geometri ges spänningsintensitetsfaktorn för modus I belastning enligt:

$$K_I = \frac{2}{\pi} \sigma_0 \sqrt{\pi a}$$



- a) Anta att linjär brottmekanik är tillämplig. Hur stor spänning σ_0 kan belasta kroppen utan att orsaka brott (sprickpropagering).
- b) Anta att Paris lag är tillämplig. Hur stor alternerande last $\Delta\sigma_0$ kan belasta kroppen om kroppen ska klara 10^4 belastningscykler innan brott sker? I en lastcykel antas lasten variera mellan 0 och $\Delta\sigma_0$.
- c) Bestäm erforderlig sträckgräns för materialet om analyserna i a) och b) skall vara giltiga.

Data:

$$a_0 = 5 \text{ mm}$$

$$K_{IC} = 47 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

Parametrar för Paris lag: $C = 9,77 \cdot 10^{-12}$ och $n = 2,8$ om ΔK_I (omfånget av spänningsintensitetsfaktorn) anges i $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$

Formulas for cylindrical bodies

Ulf Stigh, 2019-02-12

Notation

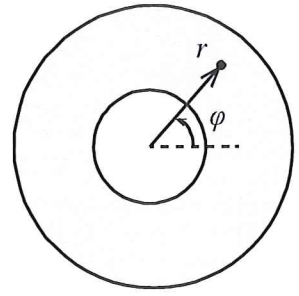
E = Young's modulus

ν = Poisson's ratio

ρ = Density

K_r = Force per unit volume

ω = Angular velocity



Equilibrium with cylindrical symmetry

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\phi}{r} + K_r = 0$$

Solution to homogeneous equation ($K_r \equiv 0$)

$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \quad \sigma_\phi = A + \frac{B}{r^2}$$

Differential equation in radial displacement u assuming *plane stress*

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (ur) \right] = -\frac{1-\nu^2}{E} K_r$$

Solution to homogeneous equation ($K_r \equiv 0$)

$$u = \frac{1}{E} \left[A(1-\nu)r + (1+\nu)\frac{B}{r} \right]$$

Solution in plane stress for thin rotating disc with centrifugal force $K_r = \rho\omega^2 r$

$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2} - \frac{3+\nu}{8} \rho\omega^2 r^2 \quad \sigma_\phi = A + \frac{B}{r^2} - \frac{1+3\nu}{8} \rho\omega^2 r^2$$

$$u = \frac{1}{E} \left[A(1-\nu)r + (1+\nu)\frac{B}{r} - (1-\nu^2)\frac{\rho\omega^2}{8} r^3 \right]$$