

TENTAMEN

Kurs: Konceptuell Maskinteknik

Kurskod: MT102G

Högskolepoäng för tentamen: 1,0 hp

Datum: 2025-03-05

Skrivtid: 14:30-18:30

Ansvarig lärare: Karl Mauritsson

Hjälpmedel/bilagor: Valfri miniräknare

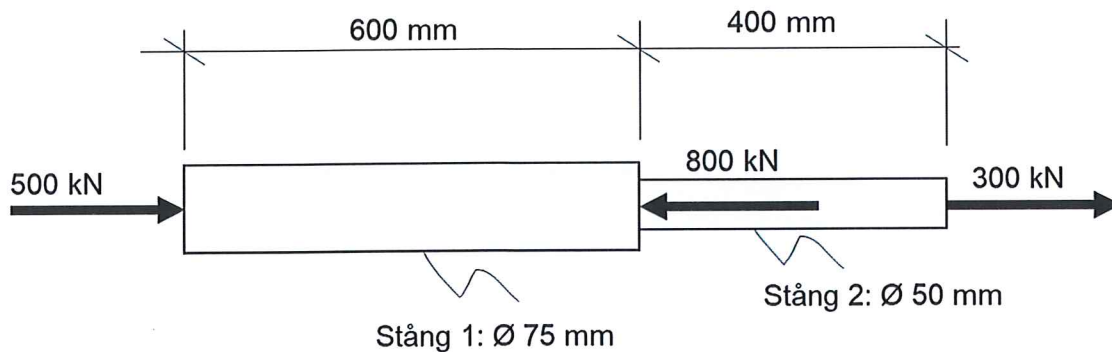
- Anvisningar:
- ☒ Ta nytt blad för varje ny uppgift.
 - ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
 - ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
 - ☒ Numrera lösbladen löpande.
 - ☒ Använd inte röd penna.
 - ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

För godkänt resultat på tentamen krävs att alla uppgifter bedöms med betyget G.

För G krävs att minst två av deluppgifterna (a, b och c) för varje uppgift bedöms med G.

Uppgift 1 (U/G)

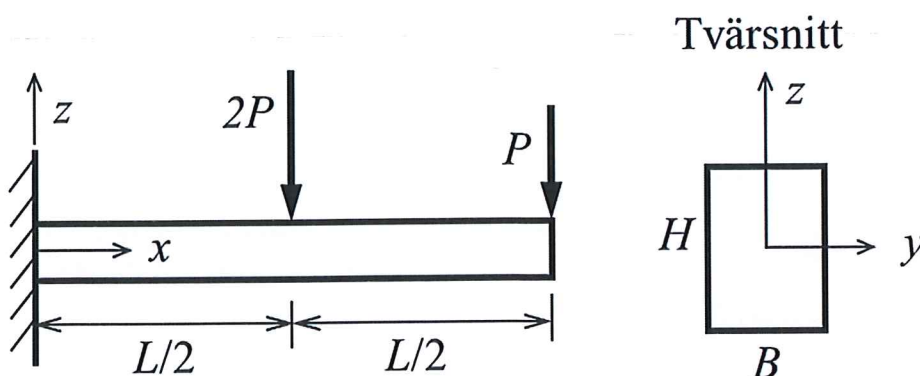
Ett system av två stänger belastas med tre punktlaster. Stängerna har cirkulära tvärsnitt med diametrarna 75 mm respektive 50 mm. Båda är tillverkade av ett stål med elasticitetsmodulen $E = 210 \text{ GPa}$ och sträckgränsen $\sigma_s = 250 \text{ MPa}$.



- Bestäm normalkraften i vardera av de två stängerna.
Ange för vardera stängen om den är tryckt eller dragen.
- Beräkna normalspänningen i vardera av de två stängerna.
Kommer någon av stängerna att plasticera (skadas permanent)?
- Hur stor blir den totala längdändringen av hela strukturen?
Är det en förkortning eller en förlängning?

Uppgift 2 (U/G)

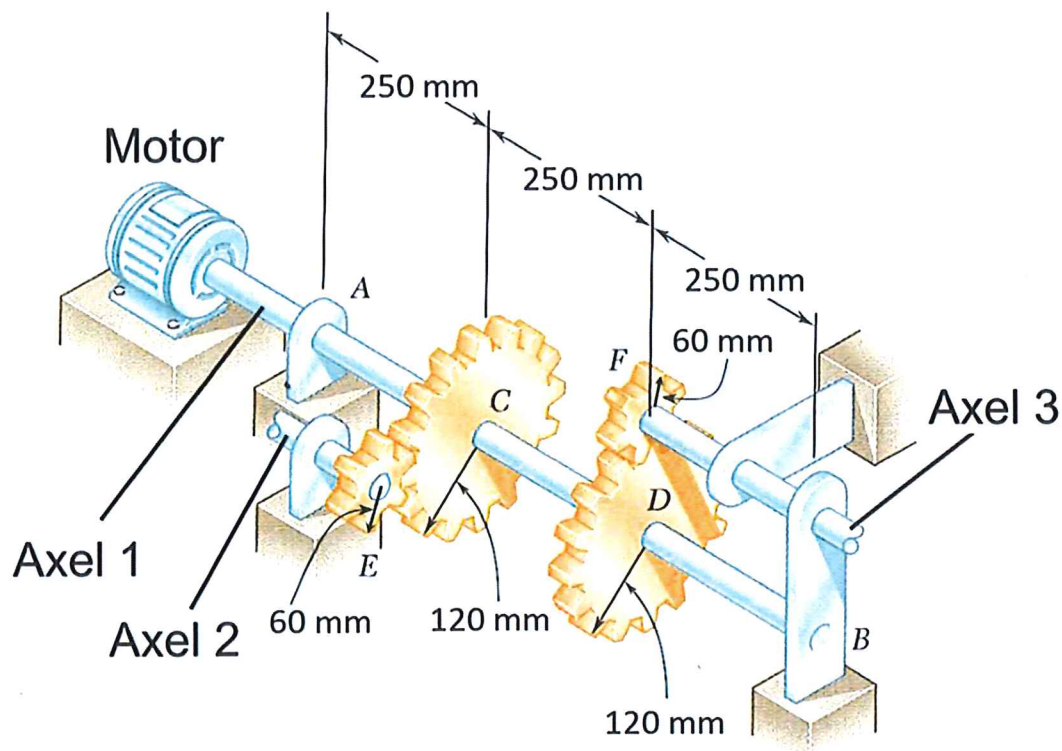
En konsolbalk med längden L och rektangulärt tvärsnitt belastas med två punktlaster.



- Var i balken blir snittmomentet störst? Ange x-koordinaten för detta läge.
- Bestäm ett uttryck för snittmomentet vid denna position.
- Bestäm ett uttryck för den största dragspänningen samt den största tryckspänningen i balken. Var i balken uppstår dessa? Visa i en figur eller ange med hjälp av koordinatsystemet (x, y, z) .

Uppgift 3 (U/G)

En motor genererar effekten 160 kW och varvtalet 1400 varv/min. Motorn är kopplad till en axel (Axel 1) som via kugghjul överför rotationsrörelse till två andra axlar (Axel 2 och Axel 3). Alla axlarna är massiva, tillverkade av samma material och har samma diameter $D = 40$ mm. Som figuren visar har kugghjul C och D båda radien 120 mm medan kugghjul E och F båda har radien 60 mm.



- I vilken eller vilka axlar (Axel 1, 2, 3) är vridmomentet störst?
- Bestäm varvtalen för axel 2 och 3.
- Beräkna den största skjuvspänningen som uppstår i någon axel.

Formler i hållfasthetslära

Grundläggande begrepp

$$\text{Normalspänning: } \sigma = \frac{N}{A}$$

$$\text{Medelskjuvspänning: } \bar{\tau} = \frac{T}{A}$$

$$\text{Normaltöjning: } \varepsilon = \frac{\delta}{L}$$

$$\text{Hållkantryck: } \sigma_b = \frac{F}{A_{proj}}$$

$$\text{Säkerhetsfaktor: } n = \frac{\sigma_s}{\sigma_{till}}$$

$$\text{Hookes lag: } \sigma = E\varepsilon$$

$$\text{Stångförlängning: } \delta = \frac{NL}{EA}$$

Böjning

$$\text{Maximal normalspänning: } |\sigma|_{\max} = \frac{M}{W_b}$$

Vridning

$$\text{Maximal skjuvspänning: } \tau_{\max} = \frac{M_v}{W_v}$$

Transmission av rotationsrörelse och moment mellan axlar

$$\text{Förhållandet mellan vinkelhastighet } \omega \text{ och varvtal } n: \omega = \frac{2\pi n}{60}$$

$$\text{Motoreffekt: } P = M_v \cdot \omega$$

$$\text{Utväxling: } \frac{M_B}{M_A} = \frac{n_A}{n_B} = \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{r_B}{r_A} \quad \text{där } r_A \text{ och } r_B \text{ är kugghjulsradier}$$

Beteckningslista

σ : Normalspänning

τ : Skjuvspänning

ε : Normaltöjning

E : Elasticitetsmodul

σ_b : Hållkantryck

σ_s : Sträckgräns

σ_{till} : Tillåten normalspänning

n : Säkerhetsfaktor

N : Normalkraft

T : Tvärkraft

F : Kraft

M : Moment

A : Tvärsnittsarea

A_{proj} : Projicerad area

L : Längd

δ : Förlängning

W_b : Böjmotstånd

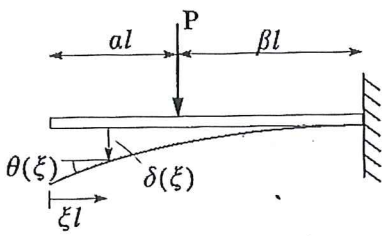
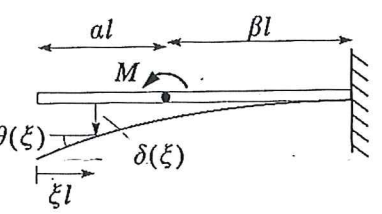
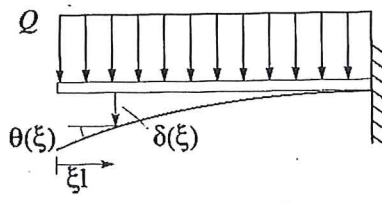
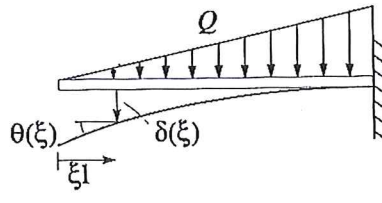
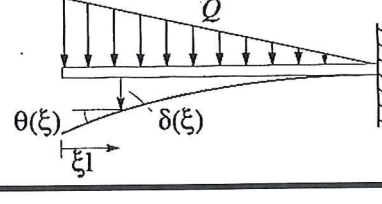
I : Yttröghetsmoment

W_v : Vridmotstånd

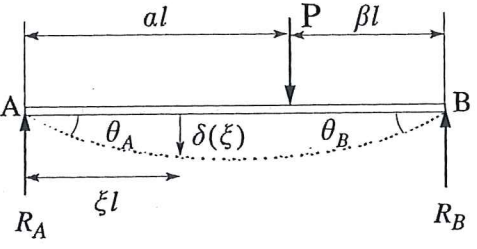
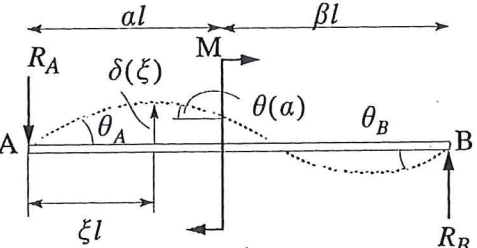
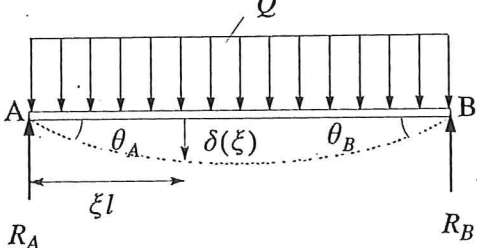
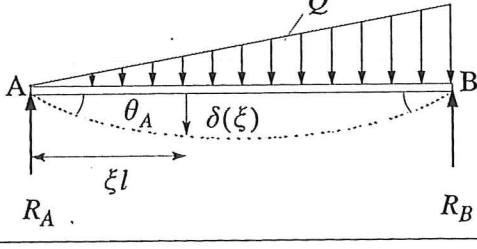
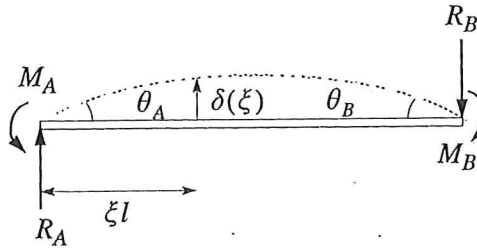
ω : Vinkelhastighet

P : Effekt

Elementarfall för balkar

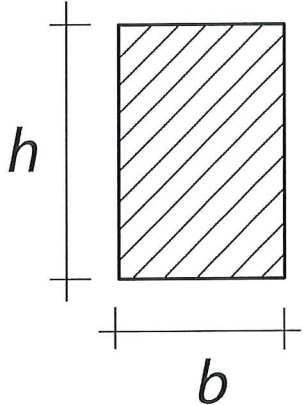
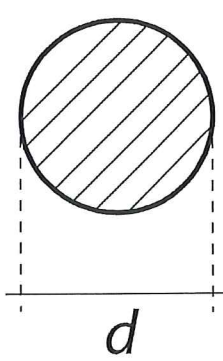
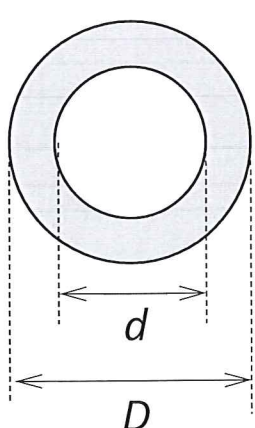
Belastningsfall, $a + \beta = 1$	θ = vinkeländring, $\delta(\xi = x/l)$ = förskjutning
	$\theta(\xi < a) = \frac{Pl^2}{2EI}\beta^2$ $\delta(\xi < a) = \frac{Pl^3}{6EI}(-\beta^3 + 3\beta^2(1-\xi))$ $\theta(\xi > a) = \frac{Pl^2}{2EI}(\beta^2 - (\xi - a)^2)$ $\delta(\xi > a) = \frac{Pl^3}{6EI}((\xi - a)^3 - 3\beta^2(\xi - a) + 2\beta^3)$ $\theta(a) = \frac{Pl^2}{2EI}\beta^2 \quad \delta(a) = \frac{Pl^3}{3EI}\beta^3$
	$\theta(\xi < a) = \frac{Ml}{EI}\beta$ $\delta(\xi < a) = \frac{Ml^2}{EI}\beta(1-\xi-\beta/2)$ $\theta(\xi > a) = \frac{Ml}{EI}(1-\xi)$ $\delta(\xi > a) = \frac{Ml^2}{2EI}((\xi - a)^2 - 2\beta(\xi - a) + \beta^2)$ $\theta(a) = \frac{Ml}{EI}\beta \quad \delta(a) = \frac{Ml^2}{2EI}\beta^2$
	$\theta(\xi) = \frac{Ql^2}{6EI}(1-\xi^3)$ $\delta(\xi) = \frac{Ql^3}{24EI}(\xi^4 - 4\xi + 3)$
	$\theta(\xi) = \frac{Ql^2}{12EI}(1-\xi^4)$ $\delta(\xi) = \frac{Ql^3}{60EI}(\xi^5 - 5\xi + 4)$
	$\theta(\xi) = \frac{Ql^2}{12EI}(\xi^4 - 4\xi^3 + 3)$ $\delta(\xi) = \frac{Ql^3}{60EI}(-\xi^5 + 5\xi^4 - 15\xi + 11)$

Tabellen är hämtad från *Handbok och formelsamling Hållfasthetslära* av Bengt Sundström m.fl. (1998).

Belastningsfall, ($a + \beta = 1$)	θ = vinkeländring, $\delta(\xi = x/l)$ = förskjutning
1. 	$R_A = \beta P ; R_B = aP$ $\theta_A = \frac{Pl^2}{6EI} a\beta(1+\beta) ; \theta_B = \frac{Pl^2}{6EI} a\beta(1+a)$ $\delta(\xi) = \frac{Pl^3}{6EI} \beta[(1-\beta^2)\xi - \xi^3] \quad \text{för } \xi \leq a$ $\delta(a) = \frac{Pl^3}{3EI} a^2 \beta^2$
2. 	$R_A = R_B = M/l$ $\theta_A = \frac{Ml}{6EI} (1-3\beta^2) ; \theta_B = \frac{Ml}{6EI} (1-3a^2)$ $\delta(\xi) = \frac{Ml^2}{6EI} ((1-3\beta^2)\xi - \xi^3) \quad \text{för } \xi \leq a$ $\delta(a) = \frac{Ml^2}{3EI} a\beta(a-\beta) ; \theta(a) = \frac{Ml}{3EI} (1-3a\beta)$
3. 	$R_A = R_B = Q/2$ $\theta_A = \theta_B = \frac{Ql^2}{24EI}$ $\delta(\xi) = \frac{Ql^3}{24EI} (\xi - 2\xi^3 + \xi^4)$ $\delta\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{384} \cdot \frac{Ql^3}{EI}$
4. 	$R_A = Q/3 ; R_B = 2Q/3$ $\theta_A = \frac{7Ql^2}{180EI} ; \theta_B = \frac{8Ql^2}{180EI}$ $\delta(\xi) = \frac{Ql^3}{180EI} (7\xi - 10\xi^3 + 3\xi^5)$
5. 	$R_A = R_B = (M_A - M_B)/l$ $\theta_A = \frac{M_A l}{3EI} + \frac{M_B l}{6EI} ; \theta_B = \frac{M_A l}{6EI} + \frac{M_B l}{3EI}$ $\delta(\xi) = \frac{l^2}{6EI} [M_A(2\xi - 3\xi^2 + \xi^3) + M_B(\xi - \xi^3)]$ $M_A = M_B = M : \theta_A = \theta_B = \frac{Ml}{2EI} ;$ $\delta(\xi) = \frac{Ml^2}{2EI} (\xi - \xi^2)$

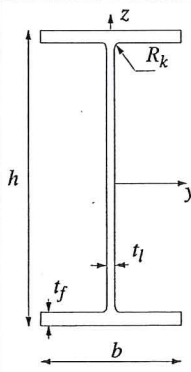
Tabellen är hämtad från *Handbok och formelsamling Hållfasthetslära* av Bengt Sundström m.fl. (1998).

Tvärsnittsdata för några vanliga geometrier

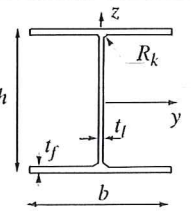
Tvärsnitt	Yttreghetsmoment	Böjmotstånd	Vridmotstånd
Rektangel 	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$	-
Massiv cylinder 	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{\pi d^3}{16}$
Cirkulärt rör 	$\frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}$	$\frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D}$	$\frac{\pi(D^4 - d^4)}{16D}$

Tvärsnittsdata för några standardprofiler

Tvärsnittsdata för IPE-balkar

IPE-balk S275JR (SS 1412)	Beteck- ning	Mått						Area		Axel y-y		Axel z-z		Saint-Venant	
		vikt kg/m	$\frac{h}{mm}$	$\frac{b}{mm}$	$\frac{t_l}{mm}$	$\frac{t_f}{mm}$	$\frac{R_k}{mm}$	$\frac{A}{mm^2}$	$\frac{A_{liv}}{mm^2}$	$\frac{I_y}{10^4 mm^4}$	$\frac{W_y}{10^3 mm^3}$	$\frac{I_z}{10^4 mm^4}$	$\frac{W_z}{10^3 mm^3}$	$\frac{K_v}{10^6 mm^4}$	$\frac{W_v}{10^3 mm^3}$
	IPE 80	6,0	80	46	3,8	5,2	5	764	264	80	20,0	8,5	3,69	0,0070	1,35
	IPE 100	8,1	100	55	4,1	5,7	7	1032	363	171	34,2	15,9	5,79	0,0121	2,12
	IPE 120	10,4	120	64	4,4	6,3	7	1321	472	318	53,0	27,7	8,65	0,0174	2,76
	IPE 140	12,9	140	73	4,7	6,9	7	1643	593	541	77,3	45	12,3	0,0245	3,55
	IPE 160	15,8	160	82	5,0	7,4	9	2009	726	869	109	68	16,7	0,0362	4,89
	IPE 180	18,8	180	91	5,3	8,0	9	2395	869	1317	146	101	22,2	0,0480	6,00
	IPE 200	22,4	200	100	5,6	8,5	12	2848	1025	1943	194	142	28,5	0,0702	8,26
	IPE 220	26,2	220	110	5,9	9,2	12	3337	1189	2772	252	205	37,3	0,0910	9,89
	IPE 240	30,7	240	120	6,2	9,8	15	3912	1366	3892	324	290	47,3	0,129	13,2
	IPE 270	36,1	270	135	6,6	10,2	15	4594	1647	5790	429	420	62,2	0,160	15,7
	IPE 300	42,2	300	150	7,1	10,7	15	5381	1978	8356	557	604	80,5	0,202	18,9
	IPE 330	49,1	330	160	7,5	11,5	18	6261	2303	11770	713	788	98,5	0,283	24,6
	IPE 360	57,1	360	170	8,0	12,7	18	7273	2677	16270	904	1043	123	0,375	29,5
	IPE 400	66,3	400	180	8,6	13,5	21	8446	3208	23130	1160	1318	146	0,514	38,1
	IPE 450	77,5	450	190	9,4	14,6	21	9882	3956	33740	1500	1676	176	0,671	46,0
	IPE 500	90,7	500	200	10,2	16,0	21	11550	4774	48200	1930	2142	214	0,897	56,1
	IPE 550	106,0	550	210	11,1	17,2	24	13440	5723	67120	2440	2668	254	1,24	72,1
	IPE 600	122,0	600	220	12,0	19,0	24	15600	6744	92080	3070	3387	308	1,66	87,4

Tvärsnittsdata för HEB-balkar

HEB-balk S275JR (SS 1412)	Beteck- ning	Mått						Area		Axel y-y		Axel z-z		Saint-Venant	
		vikt kg/m	$\frac{h}{mm}$	$\frac{b}{mm}$	$\frac{t_l}{mm}$	$\frac{t_f}{mm}$	$\frac{R_k}{mm}$	$\frac{A}{mm^2}$	$\frac{A_{liv}}{mm^2}$	$\frac{I_y}{10^4 mm^4}$	$\frac{W_y}{10^3 mm^3}$	$\frac{I_z}{10^4 mm^4}$	$\frac{W_z}{10^3 mm^3}$	$\frac{K_v}{10^6 mm^4}$	$\frac{W_v}{10^3 mm^3}$
	HEB 100	20,4	100	100	6,0	10,0	12	2604	480	449	89,9	167	33,5	0,0929	9,29
	HEB 120	26,7	120	120	6,5	11,0	12	3401	637	864	144	318	52,9	0,139	12,6
	HEB 140	33,7	140	140	7,0	12,0	12	4296	812	1509	216	550	78,5	0,201	16,7
	HEB 160	42,6	160	160	8,0	13,0	15	5425	1072	2492	311	889	111	0,314	24,2
	HEB 180	51,2	180	180	8,5	14,0	15	6525	1292	3831	426	1363	151	0,423	30,2
	HEB 200	61,3	200	200	9,0	15,0	18	7808	1530	5696	570	2003	200	0,595	39,7
	HEB 220	71,5	220	220	9,5	16,0	18	9104	1786	8091	736	2843	250	0,768	48,0
	HEB 240	83,2	240	240	10,0	17,0	21	10600	2060	11260	938	3923	327	1,03	60,6
	HEB 260	93,0	260	260	10,0	17,5	24	11840	2250	14920	1150	5135	395	1,24	70,9
	HEB 280	103	280	280	10,5	18,0	24	13140	2562	19270	1380	6595	471	1,44	80,0
	HEB 300	117	300	300	11,0	19,0	27	14910	2882	25170	1680	8563	571	1,86	97,9
	HEB 320	127	320	300	11,5	20,5	27	16130	3209	30820	1930	9239	616	2,26	110
	HEB 340	134	340	300	12,0	21,5	27	17090	3564	36660	2160	9690	646	2,58	120
	HEB 360	142	360	300	12,5	22,5	27	18060	3938	43190	2400	10140	676	2,93	130
	HEB 400	155	400	300	13,5	24,0	27	19780	4752	57680	2880	10820	721	3,57	149
	HEB 450	171	450	300	14,0	26,0	27	21800	5572	79890	3550	11720	781	4,42	170
	HEB 500	187	500	300	14,5	28,0	27	23860	6438	107200	4290	12620	842	5,40	193
	HEB 550	199	550	300	15,0	29,0	27	25410	7380	136700	4970	13080	872	6,02	208
	HEB 600	212	600	300	15,5	30,0	27	27000	8370	171000	5700	13530	902	6,69	223
	HEB 650	225	650	300	16,0	31,0	27	28630	9408	210600	6480	13980	932	7,41	239
	HEB 700	241	700	300	17,0	32,0	27	30640	10810	256900	7340	14440	963	8,33	260
	HEB 800	262	800	300	17,5	33,0	30	33420	12850	359100	8980	14900	994	9,49	288
	HEB 900	291	900	300	18,5	35,0	30	37130	15360	494100	11000	15820	1050	11,4	326
	HEB 1000	314	1000	300	19,0	36,0	30	40000	17630	644700	12900	16280	1090	12,6	350

Tabellerna är hämtade från *Handbok och formelsamling Hållfasthetslära* av Bengt Sundström m.fl. (1998).