

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs Matematik för Ingenjörer II

Delkurs

Kurskod MA128G

Högskolepoäng för tentamen 2

Datum 2024-02-02

Skrivtid 08:15-12:30

Ansvarig lärare Yohannes Aklilu

Berörda lärare

Hjälpmedel/bilagor

Övrigt Hjälpmedel: Bifogat formelblad och linjal

Anvisningar

☐
☐
☒
☒
☒
☒
☒

Ta nytt blad för varje lärare

Ta nytt blad för varje ny fråga

Skriv endast på en sida av papperet.

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.

Numrera lösbladen löpande.

Använd inte röd penna.

Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser

G: Minst 18 poäng.

VG: Minst 28 poäng.

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt

Hjälpmedel:

- Bifogat formelblad och linjal

Tentamen bedöms med betyg Väl-godkänd(VG), Godkänd(G) eller Underkänd(U) utifrån hur väl dina lösningar visar på uppfyllda betygskriterier för kursmålen. Varje uppgift kan ge upp till 6 poäng, totalt 36. För G krävs totalt minst 18 poäng, för VG minst 28.

För att bli godkänd (G) på en uppgift krävs en redovisning som leder fram till ett korrekt svar eller slutsats. Redovisningen ska vara kortfattad, men tillräckligt utförlig och uppställd och formulerad så att tankegången lätt kan följas. Ett svar med t.ex. enbart värdet av en uträkning blir underkänt. Numeriska värden kan anges som uttryck, lämpligt för enklade, där rotuttryck, logaritmer och exponentialuttryck kan ingå utöver *rena siffror*, om så behövs.

För att bli Väl-Godkänd (VG) krävs en godkänd redovisning och dessutom välgrundade och nyanserade matematiska resonemang som leder fram till korrekt svar eller slutsats. Redovisningen ska vara väl formulerat och analyserat, och dra relevanta slutsatser om lösningarnas karaktär på ett logiskt och konsistent sätt.

Kursens mål

Följande mål skall bedöms genom denna examination:

- 3 hantera funktioner som bildas som kombinationer av elementära funktioner, inklusive gränsvärde och derivata,
- 4 tillämpa derivata i olika sammanhang som att skissa grafer, analysera olikheter och optimera,
- 5 tolka matematisk text inom området samt kommunicera resonemang och beräkningar på ett tydligt och förståeligt sätt.

Examinationsuppgifter

Skriv dina lösningar på separat papper. Använd nytt blad för varje uppgift.

1. Bestäm följande gränsvärden. (2pts/uppgift)

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin^2(x-2)}{x^2-4}.$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2-5x+4}.$

(c) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right).$

2. För funktionen f gäller att $f(x) = \frac{2}{x+2}.$ (2p/uppgift)

(a) Ställ upp differenskvoten $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ och förenkla det så långt som det går.

(b) Beräkna $f'(1)$ med hjälp av derivatans definition.

(c) Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = f(x)$ i punkten där $x = 1$.

3. Bestäm derivatan för följande funktioner med valfria deriveringsregler. (2p/uppgift)

(a) $f(x) = \frac{x^2+3x-1}{2\sqrt{x}}$

(b) $g(x) = e^{2x} \cdot \tan(x+1)$

(c) $h(x) = \frac{\sin(3x-1)}{3^{2x}}$

4. För funktionen f gäller att $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x+2}.$ (2p/uppgift)

(a) Bestäm vertikala asymptoter till grafen $y = f(x)$.

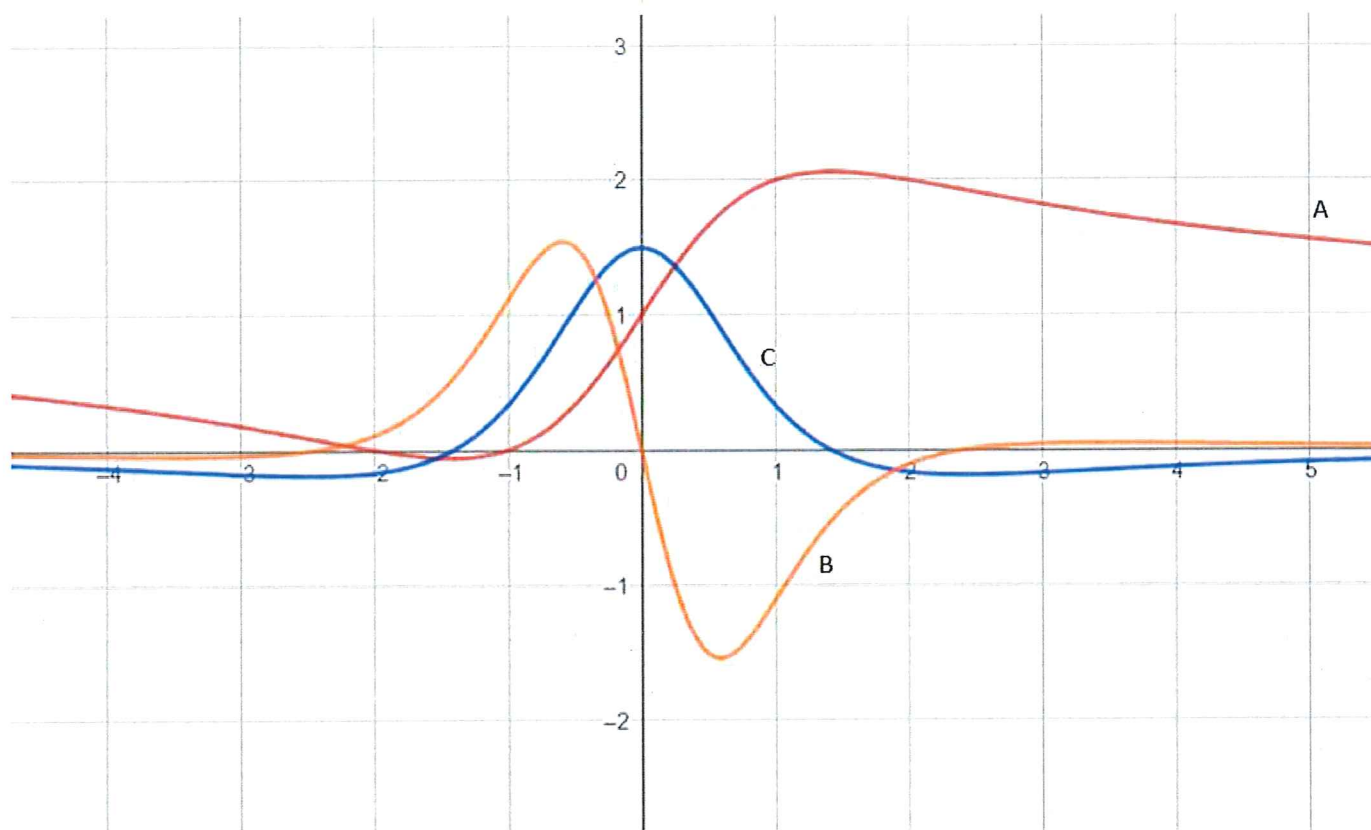
(b) Bestäm med hjälp av derivata intervallen i vilken funktionen växer och/eller avtar.

(c) Bestäm punkten/punkterna (dvs. x -värden) i vilken funktionens graf har lokalt maximi- och minimivärden.

Bestäm också karaktär för respektive punkt, det vill säga om det är en lokalt maximi- eller minimipunkt.

5. (3p/uppgift)

(a) Bestäm det största och minsta värdet till funktionen $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x - 1$ på intervallet $-1 \leq x \leq 2$.



Figur 1: Uppgift 5b

- (b) Figuren visar kurvorna till en funktion $y = f(x)$, första derivatan $y = f'(x)$ och andraderivatan $y = f''(x)$. Bestäm med motivering vilken av A, B eller C är funktionens, derivatans och andraderivatans kurva.

6.

(3p/uppgift)

- (a) För funktionen f gäller att $f(x) = e^{\sqrt{3}x} \cos(x)$. För vilket/vilka värden på x har kurvan en horisontell tangent?
- (b) En plåtfirma skall bygga en vattentank som har volymen $200\pi m^3$. Formen skall vara en rak stående cirkulär cylinder med plan botten och med ett halvklot som tak. Bestäm vattentankens höjd och diameter så att materialåtgången för bygget blir minimal.
(Volym för en cylinder med basradien R och höjden h är $V_{cy} = \pi R^2 h$. Volym för ett klot med radien r är $V_{klot} = \frac{4\pi r^3}{3}$.)

Derivatan för elementärfunktioner samt deriveringsregler	
$f(x)$	$f'(x)$
x^n , där $n \in \mathbb{R}$	$n x^{n-1}$
e^x e^{kx} , k är konstant.	e^x $k \cdot e^{kx}$
a^x a^{kx} , k är konstant.	$\ln a \cdot a^x$ $k \cdot \ln a \cdot a^{kx}$
$\ln x $ $\ln kx $	$\frac{1}{x}$ $\frac{1}{x}$
$\log_a x$ $\log_a kx$	$\frac{1}{x \ln a}$ $\frac{1}{x \ln a}$
$\sin x$ $\sin kx$	$\cos x$ $k \cdot \cos kx$
$\cos x$ $\cos kx$	$-\sin x$ $-k \cdot \sin kx$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
Låt $f(x)$ och $g(x)$ vara två funktioner.	
$F(x)$	$F'(x)$
$f(x) \pm g(x)$	$f'(x) \pm g'(x)$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x)g'(x)$
$kf(x)$	$kf'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$
$f \circ g(x) = f(g(x))$	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$
$f(kx + m)$	$k \cdot f'(kx + m)$