

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs: Matematik för ingenjörer I G1N

Delprov: 2001 - Salstentamen

Kurskod: MA127G

Högskolepoäng för tentamen: 2

Datum: 2023-12-08

Skrivtid: 8:30 – 12:30

Ansvarig lärare: Stefan Karlsson

Hjälpmedel/bilagor : Formelblad bifogas, inga andra hjälpmedel utöver skrivverktyg.

Övrigt

Anvisningar

- ☐ Ta nytt blad för varje lärare
- ☒ Ta nytt blad för varje ny fråga
- ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
- ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
- ☒ Numrera lösbladen löpande.
- ☒ Använd inte röd penna.
- ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Tentamen bedöms med betyg Väl godkänd (VG), Godkänd (G) eller Underkänd (U), utifrån hur väl inlämnade lösningar visar på uppfyllda betygskriterier för kursmålen.

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt 4

Kurs: MA127 Matematik för ingenjörer I

Tentamensdag: 2023-12-08

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel utöver bifogat formelblad. Ej räknedosa.

Tentamen bedöms med betyg Väl godkänd (VG), Godkänd (G) eller Underkänd (U), utifrån hur väl inlämnade lösningar visar på uppfyllda kursmål. Varje avdelning kan ge upp till 6 poäng, totalt 42. För G krävs totalt minst 21 poäng, för VG minst 32.

Beskriv lösningen av uppgiften på ett läsbart sätt där man logiskt lätt kan följa hur du når målet och så att det inte är tveksamt att slutsatsen gäller. Motivera det som inte är uppenbart, gärna i koncis text. Skriv inte mer än en uppgift på varje blad.

1. Skriv följande rationella uttryck som en kvot av två polynom. Det är inte nödvändigt att multiplicera ihop faktorer som t ex $\frac{(x+7)(x-3)}{x(x+1)}$ till $\frac{x^2+4x-21}{x^2+x}$.

(a) $\left(\frac{1+x}{x} - \frac{2}{x}\right) \left(\frac{1}{x+1} + 2x\right)$

(b) $\frac{3\frac{x}{x+1} - 2\frac{x}{x+2}}{\frac{x}{x+3} + 1}$

2. Uttryck lösningsmängderna för följande olikheter som intervall eller unioner av intervall (t.ex. $] -\infty, 5] \cup]6, 7]$).

(a)

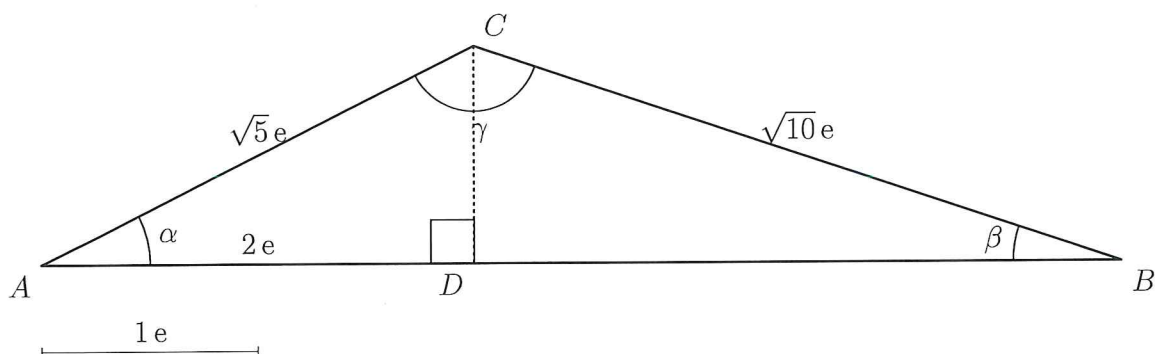
$$|2 - 3x| < 5$$

(b)

$$x^2 - 6x + 8 > 0$$

(c)

$$\frac{(x^2 + 4)(3 - x)}{2 + x - x^2} \geq 0$$



3. I figuren är $|AD| = 2e$ och $|AC| = \sqrt{5}e$ (med längdenhet e) och CD vinkelrät mot AB .

(a) Vad är värdet av $\cos \alpha$?

(b) Bestäm värdet av $\cos \beta$.

(c) Bestäm värdet $\sin \gamma$.

Uttryck om möjligt alla värden som bråk med heltal och ev kvadratroter av heltal som faktorer i täljare eller nämnare, tex $\frac{3+4\sqrt{5}}{5+4\sqrt{2}}$.

4. (a) Skriv $\frac{16}{\sqrt{8}}$ som en 2-potens, med exponenten på bråkform (dvs på formen $2^{a/b}$, med heltal a och b).

(b) Uttryck ${}^2\log \frac{(\sqrt{8})^3}{16}$ på bråkform (a/b , $a, b \in \mathbb{Z}$).

5. (a) Bestäm medelpunkt och radie för cirkeln med ekvation $x^2 - 4x + y^2 + 2y - 4 = 0$.

(b) Bestäm koordinaterna för skärningspunkterna mellan cirkeln och linjen $y = -x + 2$.

6. Låt $f(x) = 6 \cos(\frac{\pi}{6}x - \frac{\pi}{3}) + 2$.

(a) Bestäm alla lösningar till ekvationen $f(x) = 5$.

(b) Skissa grafen $y = f(x)$ för $x \in [-10, 10]$ och markera skärningarna med linjen $y = 5$ med deras x -koordinater. Markera också de punkter på grafen där $f(x)$ har maximalt respektive minimalt värde med koordinater. Välj lämplig skala på x - resp y -axel.

7. Låt oss anta att, från och med nu, kommer priset på mjölk för att öka med 10 % per år, och att den idag kostar 10 kronor.

(a) Sätt upp ett uttryck för mjölkpriset som funktion av tiden.

(b) Bestäm hur lång tid det tar från idag tills att mjölken kostar 40 kronor, uttryckt med valfri logaritm.

Lycka till! /SK

Intervallnotation

$]a, b[= (a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$		öppet, begränsat intervall
$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$		slutet, begränsat intervall
$]a, b[= [a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$		halvöppet, begränsat intervall
$[a, b] = (a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$		halvöppet, begränsat intervall
$]a, \infty[= (a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$		öppet, nedåt begränsat intervall
$[a, \infty[= [a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$		slutet, nedåt begränsat intervall
$] - \infty, b[= (-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$		öppet, uppåt begränsat intervall
$] - \infty, b] = (-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$		slutet, uppåt begränsat intervall
$] - \infty, \infty[= (-\infty, \infty) = \mathbb{R}$		obegränsat intervall

Trigonometriska identiteter

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\cos(-v) = \cos v$$

$$\sin(-v) = -\sin v$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$\cos^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

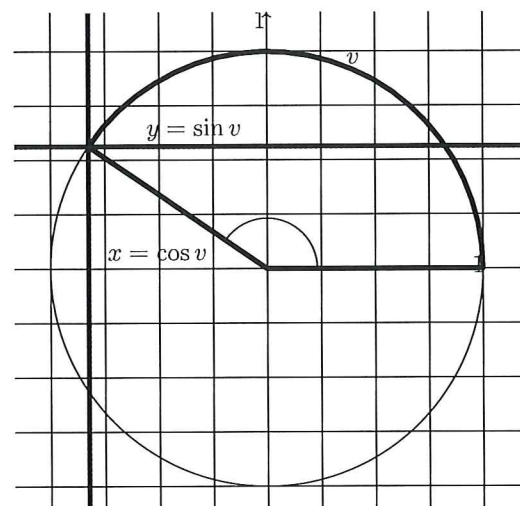
$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

Sinus- och cosinusvärden för standardvinklar i första kvadranten

Vinkelmått i grader	0°	30°	45°	60°	90°
Vinkelmått i radianer	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
Sinusvärde	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cosinusvärde	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

Sinus och cosinus i enhetscirkeln



Logaritmer

$$x = {}^a \log y \iff y = a^x, \quad a > 0, y > 0;$$

$${}^a \log(bc) = {}^a \log b + {}^a \log c;$$

$${}^a \log(b^k) = k \cdot {}^a \log b.$$

$$\ln x = {}^e \log x$$

$${}^b \log c = \frac{{}^a \log c}{{}^a \log b};$$

$${}^a \log(b/c) = {}^a \log b - {}^a \log c;$$

$$\lg x = {}^{10} \log x$$