

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs: Matematik för ingenjörer I

Examinationsmoment: 2001 Salstentamen

Kurskod: Ma127G

Högskolepoäng för examinationsmomentet: 2

Datum: 2024-10-25

Tentamenstid: 8:30 – 12:30

Ansvarig lärare: Stefan Karlsson

Berörda lärare: Stefan Karlsson, Yohannes Aklilu

Hjälpmedel/bilagor: Formelblad bifogas, inga andra hjälpmedel utöver skrivdon

Övrigt

- Anvisningar
- ☐ Ta nytt blad för varje lärare
 - ☐ Ta nytt blad för varje ny fråga
 - ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
 - ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
 - ☒ Numrera lösbladen löpande.
 - ☒ Använd inte röd penna.
 - ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser

G: ≥ 21

VG: ≥ 32

Max: 42

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt 4

Kurs: MA127 Matematik för ingenjörer I**Tentamensdag: 2024-10-25****Hjälpmedel:** Inga hjälpmedel utöver bifogat formelblad. Ej räknedosa.

Tentamen bedöms med betyg Väl godkänd (VG), Godkänd (G) eller Underkänd (U), utifrån hur väl inlämnade lösningar visar på uppfyllda kursmål. Varje avdelning kan ge upp till 6 poäng, totalt 42. För G krävs totalt minst 21 poäng, för VG minst 32.

Beskriv lösningen av uppgiften på ett läsbart sätt där man logiskt lätt kan följa hur du når målet och så att det inte är tveksamt att slutsatsen gäller. Motivera det som inte är uppenbart, gärna i koncis text. Skriv inte mer än en uppgift på varje blad.

1. Skriv följande rationella uttryck som en kvot av två polynom. Det är inte nödvändigt att multiplicera ihop faktorer som t ex $\frac{(x+7)(x-3)}{x(x+1)}$ till $\frac{x^2+4x-21}{x^2+x}$.

(a) $\left(\frac{1}{x+1} + 1\right) \left(\frac{1+x}{2+x} - 1\right)$

(b) $\frac{\frac{x+1}{x} - \frac{x}{2x+1}}{\frac{1}{x+1} + 1}$

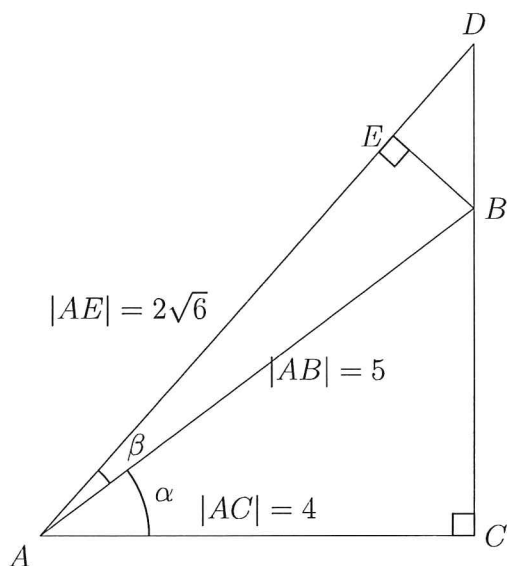
2. Uttryck lösningsmängderna för följande olikheter som intervall eller unioner av intervall (t.ex. $] -\infty, 5] \cup [6, 7[$.)

(a) $|5 - 2x| > 7$

(b) $x^2 - 6x + 8 < 0$

(c) $\frac{(x^2 + 3)(x - 5)}{x^2 - 6x + 8} \geq 0$.

3. I figuren nedan ligger punkterna B och E på sidorna av den rätvinkliga triangeln ACD . $|PQ|$ betecknar i figuren avståndet (i någon enhet) mellan två punkter P och Q .



- (a) Vad är värdet av $\cos \alpha$ (om möjligt uttryckt som ett heltalsbråk)?
- (b) Bestäm värdet av $\sin \beta$ (om möjligt uttryckt som ett heltalsbråk).
- (c) Bestäm $|CD|$, som ett bråk på formen $\frac{a+b\sqrt{6}}{c+d\sqrt{6}}$ med $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$.

4. (a) Skriv $\frac{5^3\sqrt{5}}{25}$ som en 5-potens, med exponenten på bråkform (dvs på formen $5^{a/b}$, med heltal a och b).
- (b) Uttryck ${}^2\log(16/\sqrt{8})$ på bråkform (a/b , $a, b \in \mathbb{Z}$).
5. (a) Bestäm medelpunkt och radie för cirkeln med ekvation $x^2 - 10x + y^2 + 2y + 17 = 0$.
- (b) Avgör om linjen $y = -x$ skär cirkeln och i så fall vad koordinaterna för skärningspunkterna är. (Uttryck om möjligt koordinaterna på formen $a + \sqrt{b}$ där a och b är rationella tal på bråkform.)
6. Låt $f(x) = 6 \sin((\pi/6)x + 2\pi/3) + 2$.
- (a) Skissa grafen $y = f(x)$ för $x \in [-12, 12]$. Markera de punkter på grafen där $f(x)$ har maximalt respektive minimalt värde med koordinater. Välj lämplig skala på x - resp y -axel.
- (b) Bestäm alla lösningar till ekvationen $f(x) = 5$. Markera på grafen de punkter där linjen $y = 5$ skär grafen $y = f(x)$ inom intervallet $[-12, 12]$.
7. Ett försäkringsbolag anser att värdet på en cykel, i förhållande till inköpspriset, minskar kontinuerligt med 10 % per år från inköpsdagen.
- (a) Sätt upp ett uttryck för cykelns värde idag (enligt försäkringsbolaget), givet att det idag är x år sedan den köptes för 20 000 kr.
- (b) Om självrisken är 5 000 kronor, bestäm hur lång tid det tar från inköpsdagen tills ägaren inte får ut något på försäkringen om cykeln blir stulen, dvs hur lång tid det tar tills cykeln är värderad till 5000 kr. Använd valfri logaritm för att ange tiden.

Lycka till! /SK

Intervallnotation

$]a, b[= (a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$		öppet, begränsat intervall
$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$		slutet, begränsat intervall
$]a, b] = [a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$		halvöppet, begränsat intervall
$]a, b] = (a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$		halvöppet, begränsat intervall
$]a, \infty[= (a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$		öppet, nedåt begränsat intervall
$[a, \infty[= [a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$		slutet, nedåt begränsat intervall
$] - \infty, b[= (-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$		öppet, uppåt begränsat intervall
$] - \infty, b] = (-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$		slutet, uppåt begränsat intervall
$] - \infty, \infty[= (-\infty, \infty) = \mathbb{R}$		obegränsat intervall

Trigonometriska identiteter

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\cos(-v) = \cos v$$

$$\sin(-v) = -\sin v$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

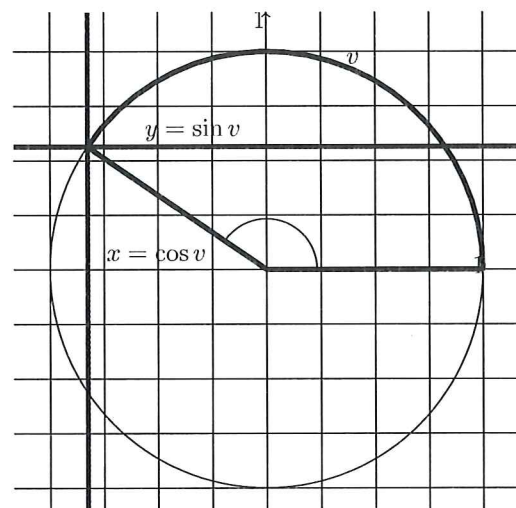
$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

Sinus- och cosinusvärden för standardvinklar i första kvadranten

Vinkelmått i grader	0°	30°	45°	60°	90°
Vinkelmått i radianer	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
Sinusvärde	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cosinusvärde	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

Sinus och cosinus i enhetscirkeln



Logaritmer

$$x = {}^a\log y \iff y = a^x, \quad a > 0, y > 0;$$

$${}^a\log(bc) = {}^a\log b + {}^a\log c;$$

$${}^a\log(b^k) = k \cdot {}^a\log b.$$

$$\ln x = {}^e\log x$$

$${}^b\log c = \frac{{}^a\log c}{{}^a\log b};$$

$${}^a\log(b/c) = {}^a\log b - {}^a\log c;$$

$$\lg x = {}^{10}\log x$$