

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs: Preparandkurs för ekonomer

Delkurs

Kurskod: MA105G

Högskolepoäng för tentamen 3

Datum: 2025-02-17

Skrivtid: 08:15–12:30

Ansvarig lärare: Yohannes Aklilu

Berörda lärare

Hjälpmedel/bilagor: Bifogat formelblad

Övrigt

Anvisningar

- ☐ Ta nytt blad för varje lärare
- ☒ Ta nytt blad för varje ny fråga
- ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
- ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
- ☒ Numrera lösbladen löpande.
- ☒ Använd inte röd penna.
- ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser: För godkänt på tentamen krävs minst 3 av 6 poäng

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt

Preparandkurs i matematik för ekonomer MA105G

Tentamensdag: **2025-02-17** kl 8.15-12.30

För godkänt betyg på kursen ska studenten på tentamen visa på uppfyllda betygskriterier inom varje kursmål. Tabell över samband mellan kursmål, betygskriterier och tentamensuppgift bifogas. Tillåtet hjälpmedel är bifogad formelsamling. Varken miniräknare eller medhavd formelsamling får användas.

Lämna fullständiga lösningar till alla uppgifter, om inte annat anges. Skriv inte mer än en uppgift på varje blad.

1. Summation

Bräkna värdet av summan

$$\sum_{k=2}^5 (2^k + k^2)$$

Värdet skall anges som ett tal, d.v.s. det är det numeriska värdet som efterfrågas.

2. Linjära ekvationssystem

Ange ett linjära ekvationssystem i två variabler som har lösningar $x = -2$ och $y = 3$.

3. Funktioner

En bil kostar som ny 300 000 kr. Efter 5 år beräknas värdet ha gått ner till 200 000 kr. Vilket värde bör bilen ha efter ytterligare tre år om värdet avtar:

- (a) linjärt?
- (b) exponentiellt?

4. Exponentielfunktioner

Ett lands BNP ökar med 3 procent per år. Sätt 2022 års BNP till 100 (index).

- (a) Teckna ett samband som visar BNP-utvecklingen under perioden 2022-2030.
- (b) Hur mycket är landets BNP år 2027?

5. Funktion och derivata

I en fabrik tillverkas en vara. Låt x beteckna antalet producerade varor och låt $C(x)$ beteckna kostnaden att tillverka x varor. För x i intervallet $0 \leq x \leq 600$ gäller sambandet

$$C(x) = 250 + 60x - \frac{x^2}{10}.$$

- a) Bestäm marginalkostnaden $MC(x)$.
- b) Om produktionen ökar från 208 varor till 214 varor hur förändras kostnaden?

6. Optimering

De totala kostnaderna för en produktion beskrivs av kostnadsfunktionen $C(x) = 0,4x^2 + 10^5$, där $200 \leq x \leq 1000$. De genomsnittliga kostnaderna AC (eng. Average Cost) definieras som $\frac{C(x)}{x}$. För vilka produktionsintervall är genomsnittskostnaden minskande respektive ökande?

Lycka till! /Yohannes Aklilu

Formelsamling (tentamen)

Räknelagar

$$\begin{aligned}a + b &= b + a && (\text{kommutativa lagen under addition}) \\a \cdot b &= b \cdot a && (\text{kommutativa lagen under multiplikation}) \\(a + b) + c &= a + (b + c) && (\text{associativa lagen under addition}) \\(a \cdot b) \cdot c &= a \cdot (b \cdot c) && (\text{associativa lagen under multiplikation}) \\a \cdot (b + c) &= a \cdot b + a \cdot c && (\text{distributiva lagen}) \\a + c = b + c &\Leftrightarrow a = b && (\text{annulleringslagen under addition}) \\a \cdot c = b \cdot c &\Leftrightarrow a = b \quad \text{om } c \neq 0 && (\text{annulleringslagen under multiplikation})\end{aligned}$$

Bråkregler

$$\begin{aligned}a \cdot \frac{b}{c} &= \frac{a}{1} \cdot \frac{b}{c} = \frac{ab}{c} && c \neq 0 \\ \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} &= \frac{ac}{bd} && b \neq 0, d \neq 0 \\ \frac{a}{b} \bigg/ \frac{c}{d} &= \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} = \frac{ad}{bc} && b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0 \\ \frac{a}{b} + \frac{c}{d} &= \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad + bc}{bd} && b \neq 0, d \neq 0\end{aligned}$$

Parentesregler

$$\begin{aligned}a + (-b) &= a - b \\a \cdot b &= ab \\a - (-b) &= a + b \\a \cdot (-b) &= a(-b) = -ab \\(-a) \cdot (-b) &= (-a)(-b) = ab\end{aligned}$$

Algebra

Låt $a, b, c \in \mathbb{R}$ och $m, n \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 && (\text{första kvadreringsregeln}) \\(a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 && (\text{andra kvadreringsregeln}) \\(a + b)(a - b) &= a^2 - b^2 && (\text{konjugatregeln}) \\(a + b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\(a - b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\a^3 + b^3 &= (a + b)(a^2 - ab + b^2) \\a^3 - b^3 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2)\end{aligned}$$

Förstgradsekvationen

$$\begin{aligned}ax + b &= 0 \quad a \neq 0 \\x &= -\frac{b}{a}\end{aligned}$$

Andragradsekvationen

Rötterna till andragradsekvationen på formen $x^2 + px + q = 0$ ges av:

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{och} \quad x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Kvadratrötter

För $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c > 0$:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$b\sqrt{a} = \sqrt{b^2a}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{c}} = \sqrt{\frac{a}{c}}$$

$$\frac{a}{\sqrt{c}} = \frac{a\sqrt{c}}{c}$$

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{c}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{c}}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n^2]{a}$$

$$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n^2]{a}$$

$$\sqrt[nq]{a^{mq}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Potensregler

$$1^n = 1$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1 \quad a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a \neq 0$$

$$a^{1/2} = \sqrt{a}$$

$$a^{m/n} = (a^m)^{1/n} = \sqrt[n]{a^m} \quad m, n > 0$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad a \neq 0$$

$$(ab)^m = a^m \cdot b^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad b \neq 0$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} = (a^n)^m$$

Deriveringsregler

Funktion	Derivata	Kommentar
$f(x)$	$f'(x)$	
$f(x) + g(x)$	$f'(x) + g'(x)$	
$af(x)$	$af'(x)$	a är en konstant
x^n	nx^{n-1}	n är en konstant
e^{ax}	ae^{ax}	a är en konstant

Delar av denna formelsamling är tagen från:

Formelsamling/Matematik/Algebra *Källa:* <http://sv.wikibooks.org/w/index.php?oldid=36150> *Bidragsgivare:* Dgse87, Kaj, Mats Halldin, Max Speed, Mike, Mlaven, ObrenMasic, RaSten, Savh, Skizzik, Yuide, 36 anonyma redigeringar

Betygskriterier

För godkänt betyg på kursen ska studenten på tentamen visa på uppfyllda betygskriterier inom varje kursmål. Nedan anges samband mellan kursmål, betygskriterier och tentamensuppgift.

Kursmål	Betygskriterium för Godkänd	Bedöms huvudsakligen på följande uppgifter
Studenten ska kunna teckna, tolka och använda enkla algebraiska uttryck och formler.	Studenten kan utföra grundläggande algebraiska uträkningar med viss säkerhet. Ett fåtal räknefel som inte ger orimliga resultat, anses godtagbart	Alla uppgifter
Studenten ska kunna lösa linjära ekvationer och system av linjära ekvationer.	Studenten kan lösa ett system av två linjära ekvationer med två obekanta.	Linjära ekvationssystem
Studenten ska kunna rita och tolka grafer för enkla funktioner.	Studenten kan rita och tolka grafer för enkla funktioner.	Funktion och derivata
Studenten ska kunna ställa upp, använda och grafiskt åskådliggöra linjära funktioner och enkla exponentialfunktioner för att beskriva linjära samband och exponentiell tillväxt.	Studenten kan ställa upp, använda och grafiskt åskådliggöra linjära funktioner och enkla exponentialfunktioner för att beskriva linjära samband och exponentiell tillväxt.	Exponentialfunktioner och ränta på ränta Optimering
Studenten ska kunna förklara och åskådliggöra begreppet derivata.	Studenten kan förklara och åskådliggöra begreppet derivata.	Funktion och derivata Optimering
Studenten ska kunna beräkna och använda derivator för att lokalisera och avgöra karaktären på lokala och globala extrempunkter.	Studenten kan beräkna och använda derivator för att lokalisera och avgöra karaktären på lokala och globala extrempunkter.	Optimering
Studenten ska kunna inse sambandet mellan en funktions graf och dess derivator av första och andra ordningen utan grafritande hjälpmedel.	Studenten kan redogöra för sambandet mellan en funktions graf och dess derivata.	Optimering
Studenten ska kunna arbeta med och tillämpa aritmetiska och geometriska talföljder och summor.	Studenten kan med viss vana arbeta med summor.	Summation
Studenten ska kunna tillämpa detta vid praktisk problemlösning.	Studenten kan med viss vana lösa praktiska problem.	Alla utom Summation