

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs Matematik 2, behörighetsgivande kurs

Delkurs

Kurskod MA009B

Högskolepoäng för tentamen 6

Datum 2023-11-03

Skrivtid 08:15-12:30

Ansvarig lärare Jessica Tidblom

Berörda lärare Konstantinos Tsoukas

Hjälpmedel/bilagor Bifogat formelblad, miniräknare, linjal.

Övrigt En uppgift per blad innebär exempelvis uppgift 1a, 1b, 1c kan skrivas på samma blad om utrymme finns.

Anvisningar

☐

Ta nytt blad för varje lärare

☒

Ta nytt blad för varje ny fråga

☒

Skriv endast på en sida av papperet.

☒

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.

☒

Numrera lösbladen löpande.

☒

Använd inte röd penna.

☒

Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser

G: 16 poäng

VG: 26 varav minst 6 poäng på VG-nivå.

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt

Matematik 2, behörighetsgivande kurs**Matematisk introduktionskurs för tekniker G1N****2023-11-03, kl 08:15–12:30****Hjälpmedel:**

- Bifogat formelblad, linjal, gradskiva och godkänd grafritande räknare.

Tentamen bedöms med betyg Väl godkänt(VG), Godkänt(G) eller Underkänt(U). Tentamen består av sex uppgifter som tillsammans kan ge 36 poäng varav 12 VG-poäng.

Kravgräns för tentamensbetyget:

G: 16 poäng

VG: 26 poäng varav minst 6 poäng på VG-nivå.

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (G eller VG) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (2/1) att en korrekt lösning ger totalt 3 poäng (2 poäng på G-nivå och 1 poäng på VG-nivå).

Till alla uppgifter behöver du lämna fullständiga lösningar på lösblad. Använd ett nytt blad för varje uppgift.

För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara kortfattad, men tillräckligt utförlig och uppställd och formulerad så att tankegången lätt kan följas. Ett svar med t.ex. enbart värdet av en uträkning ger inte poäng. Numeriska värden kan anges som uttryck, lämpligt förenklade, där rotuttryck, logaritmer och exponentialuttryck kan ingå utöver *rena siffror*, om så behövs.

Till alla uppgifter krävs fullständiga lösningar, dvs redovisa och motivera lösningsgången och alla betydelsefulla beräkningar. Endast svar är ej godtagbart. Svaren skall, om möjligt, anges exakt och förenklade på lämpligt sätt. Skriv högst en uppgift per ark, och skriv endast på ena sidan av pappret.

1. Lös följande uppgifter:

(a) Faktoriser uttrycket $x^3 - 25x$. (2/0)

(b) Utveckla och förenkla $2(x - 3)^2 + x(13 - 2x)$. (2/0)

(c) Lös ekvationen $3^{2x-4} = 9 \cdot 3^{-x}$ och svara exakt. (0/2)

2. Lös nedanstående ekvationer med algebraiska metoder:

(a) $6(x + 3) - 3(x - 2) = x + 18$ (2/0)

(b) $\log 5 + \log x = \log(x + 8) + \log 1$ (2/0)

(c) $\sqrt{2x + 7} - x = 2$ (0/2)

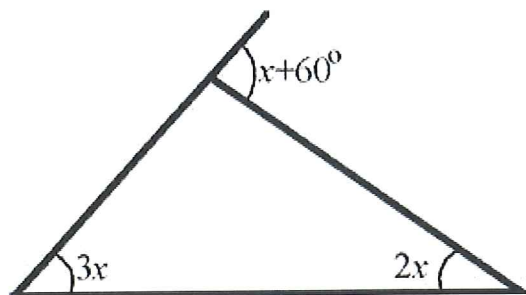
3. (a) Ekvationen för en rät linje $L1$ är $y = ax + b$. Bestäm talen a och b så att linjen $L1$ är parallell med linjen som beskrivs av $2x - y = 12$ och $L1$ också går genom punkten $(1, 1)$. (2/0)

(b) En annan linje $L2$ beskrivs av ekvationen $-x + 2y = 7$. Ställ upp ett ekvations-system och lös det med valfri algebraisk metod för att bestämma skärningspunkten mellan linjen $L1$ och linjen $L2$. (2/0)

(c) Funktionen $f(x) = 2x + c$ är given där c är en konstant. Bestäm de värden på c som uppfyller ekvationen $(f(1))^2 + (f(-1))^2 = 12$. (0/2)

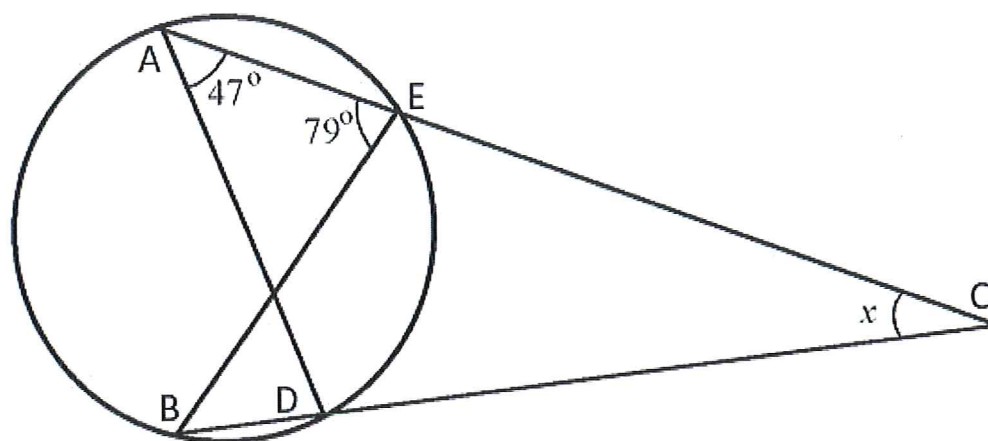
4. (a) Bestäm triangelns största vinkel.

(2/0)



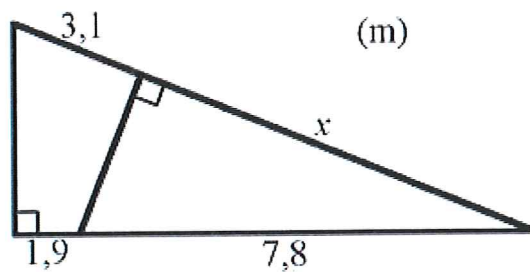
- (b) Bestäm vinkeln x .

(2/0)

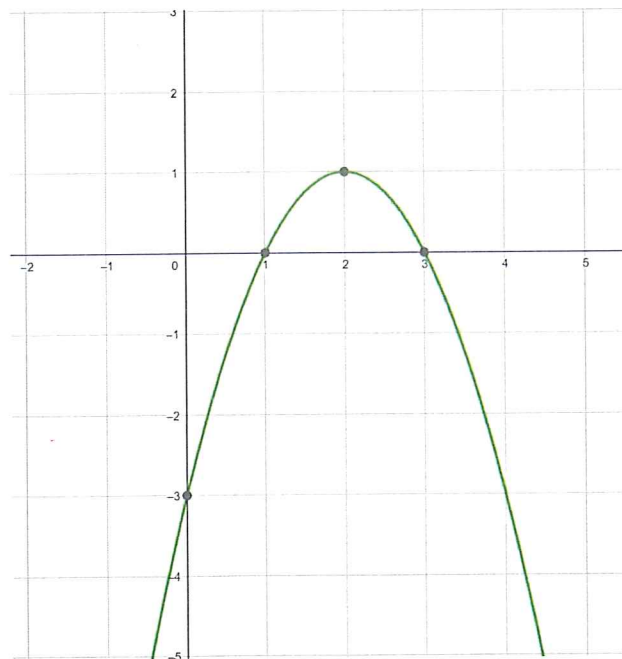


- (c) Bestäm x .

(0/2)



5. Vi har två andragradsfunktioner $f(x) = -5 + 6x - x^2$ och $g(x) = ax^2 + bx + c$.
Nedan ses grafen till funktionen $g(x)$.



- (a) Är funktionens $f(x)$ största värde större än funktionens $g(x)$ största värde?
Motivera ditt svar. (2/0)
- (b) Var skär funktionen $f(x)$ x-axeln? (2/0)
- (c) Bestäm funktionens $g(x) = ax^2 + bx + c$ exakt formel, dvs bestäm värdena på konstanterna a, b, c . (0/2)
6. (a) I en djurpark är vikten av en specifik fågelart normalfördelad med ett medelvärde på 1 kg och en standardavvikelse på 0,1 kg. Av ett urval av 400 fåglar, hur många förväntas väga mellan 0,9 kg och 1,1 kg? (2/0)
- (b) Ett smycke värderades till 10000 kronor 1990. Om dess värde har ökat exponentiellt till 45000 kronor år 2000, bestäm den genomsnittliga årliga värdeökningen i procent. (2/0)
- (c) Grafen till en exponentiell funktion går genom punkterna (1, 15) och (3, 135). Vilken är funktionen? (0/2)

Formler till nationellt prov i matematik, kurs 2

Algebra

Regler

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Andragradsekvationer

$$x^2 + px + q = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Aritmetik

Prefix

T	G	M	k	h	d	c	m	μ	n	p
tera	giga	mega	kilo	hekto	deci	centi	milli	mikro	nano	piko
10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Potenser

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^0 = 1$$

Logaritmer

$$y = 10^x \Leftrightarrow x = \lg y$$

$$\lg x + \lg y = \lg xy$$

$$\lg x - \lg y = \lg \frac{x}{y}$$

$$\lg x^p = p \cdot \lg x$$

Funktioner

Räta linjen

$$y = kx + m \quad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$ax + by + c = 0$, där inte både a och b är noll

Potensfunktioner

$$y = C \cdot x^a$$

Andragsgradsfunktioner

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

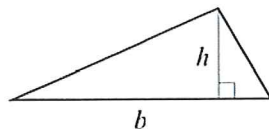
Exponentialfunktioner

$$y = C \cdot a^x \quad a > 0 \text{ och } a \neq 1$$

Geometri

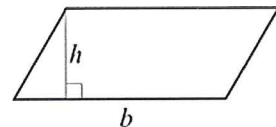
Triangel

$$A = \frac{bh}{2}$$



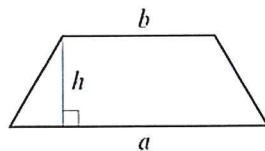
Parallelogram

$$A = bh$$



Parallelltrapets

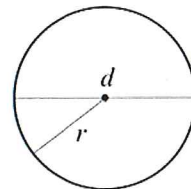
$$A = \frac{h(a+b)}{2}$$



Cirkel

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

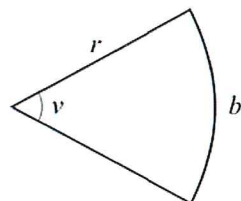
$$O = 2\pi r = \pi d$$



Cirkelsektor

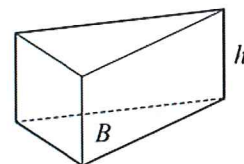
$$b = \frac{v}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$A = \frac{v}{360^\circ} \cdot \pi r^2 = \frac{br}{2}$$



Prisma

$$V = Bh$$

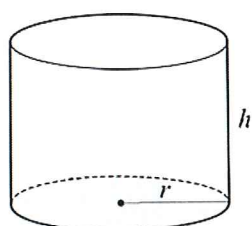


Cylinder

$$V = \pi r^2 h$$

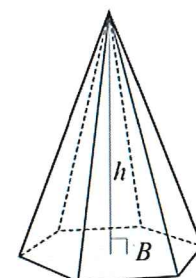
Mantelarea

$$A = 2\pi r h$$



Pyramid

$$V = \frac{Bh}{3}$$

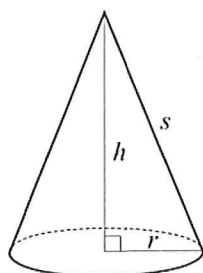


Kon

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

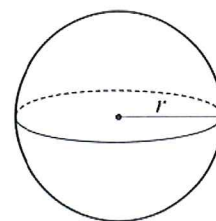
Mantelarea

$$A = \pi r s$$

**Klot**

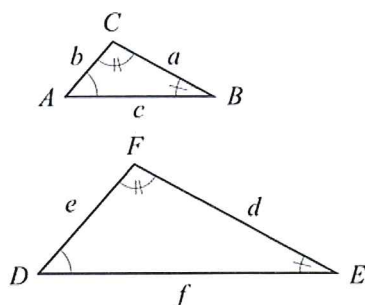
$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$A = 4\pi r^2$$

**Likformighet**

Triangelarna ABC och DEF är likformiga.

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

**Skala**

$$\text{Areaskalan} = (\text{Längdskalan})^2$$

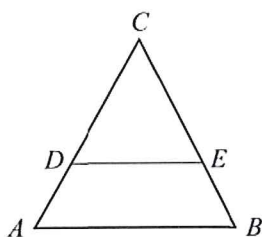
$$\text{Volymskalan} = (\text{Längdskalan})^3$$

Topptriangel- och transversalsatsen

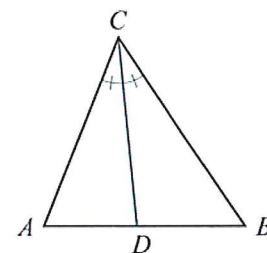
Om DE är parallell med AB gäller

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{CE}{BC} \text{ och}$$

$$\frac{CD}{AD} = \frac{CE}{BE}$$

**Bisektrissatsen**

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$

**Vinklar**

$$u + v = 180^\circ$$

Sidovinklar

$$w = v$$

Vertikalvinklar

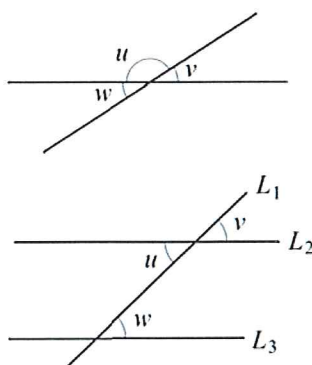
L_1 skär två parallella linjer L_2 och L_3

$$v = w$$

Likbelägna vinklar

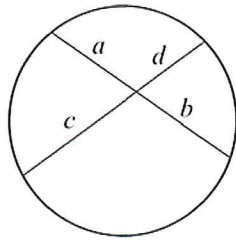
$$u = w$$

Alternativvinklar

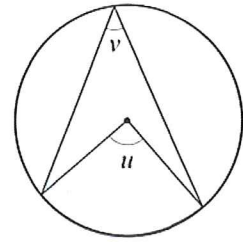


Kordasatsen

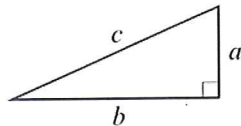
$$ab = cd$$

**Randvinkelsatsen**

$$u = 2v$$

**Pythagoras sats**

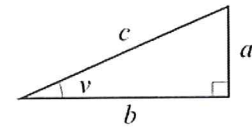
$$a^2 + b^2 = c^2$$

**Trigonometri**

$$\sin v = \frac{a}{c}$$

$$\cos v = \frac{b}{c}$$

$$\tan v = \frac{a}{b}$$

**Avståndsformeln**

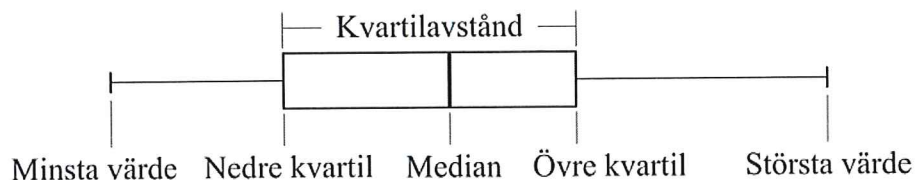
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Mittpunktsformeln

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ och } y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Statistik och sannolikhet**Standardavvikelse för ett stickprov**

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Lådagram**Normalfördelning**