

Institutionen för ingenjörsvetenskap

Kurs Matematik 3, behörighetsgivande kurs , Matematik T G1N

Delkurs

Kurskod MA008B/MA102G

Högskolepoäng för tentamen 6

Datum 2024-01-08

Skrivtid 08:15-12:30

Jourhavande lärare Jessica Tidblom

Kan nås på telefon 076-1731269

Besöker skrivningen

☒

Ja, kl 10.00

☐

Nej

Hjälpmedel och övriga upplysningar till skrivvakter

Del 1: Bifogat formelblad

Del 2: Miniräknare och bifogat formelblad.

Studenten får båda delarna samtidigt. Studenten behöver lämna in lösningarna för DEL I innan den får tillgång till miniräknare för DEL II. Studenten kan vid behov påbörja DEL II utan räknare.

Miniräknare ☒ Högskolans miniräknare
☒ Studentens miniräknare
☐ Ej tillåten

Skrivpapper ☐ Linjerat
☒ Rutat

Vid egen uppkopiering ange antalet kopior

Anvisningar till lärare

Alla tentamensformulär ska lämnas in på reprocentralen.

- **För kopiering av tentamen** ska inlämning av originalexemplar ske senast 6 arbetsdagar före tentamenstillfället. Antal exemplar som ska kopieras upp fylls i av reprocentralen i rutan nedan.
- **Färdigkopierad tentamen** ska lämnas in senast 3 arbetsdagar före tentamenstillfället. Meddela tentamensadministrationen i god tid när inlämningen kommer att ske. Tentamen överlämnas direkt till personal på reprocentralen (ej via internpost). Vid egen uppkopiering ange antalet kopior i rutan ovan.

Inlämning ska ske på reprocentralens öppettider.

FYLLS I AV ADMINISTRATIONEN

Antal uppkopierade exemplar 8

Antal anmälda _____

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs Matematik 3, behörighetsgivande kurs , Matematik T G1N

Delkurs

Kurskod MA008B/MA102G

Högskolepoäng för tentamen 6

Datum 2024-01-08

Skrivtid 08:15-12:30

Ansvarig lärare Jessica Tidblom

Berörda lärare Konstantinos Tsoungkas

Hjälpmedel/bilagor Del I: Bifogat formelblad.
Del 2: Miniräknare och bifogat formelblad.

Övrigt Studenten får båda delarna samtidigt. Studenten behöver lämna in lösningarna för DEL I innan den får tillgång till miniräknare för DEL II.

Studenten kan vid behov påbörja DEL II utan räknare.

Anvisningar

- ☐ Ta nytt blad för varje lärare
- ☒ Ta nytt blad för varje ny fråga
- ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
- ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
- ☒ Numrera lösbladen löpande.
- ☒ Använd inte röd penna.
- ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser

G: 17 poäng
VG: 27 poäng varav minst 7 poäng behöver vara på VG-nivå.
Totalt 40 poäng

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt

MA008B, Matematik 3, behörighetsgivande kurs

MA102G, Matematik T G1N

2024-01-08, kl 8.15–12.30

Hjälpmedel:

- Del I: Bifogat formelblad.
- Del II: Bifogat formelblad och valfri miniräknare.

Tentamen bedöms med betyg Väl godkänt(VG), Godkänt(G) eller Underkänt(U). Tentamen består av två delar: Del I och II och tillsammans kan de ge 40 poäng varav 14 VG-poäng.

Kravgräns för tentamensbetyget:

G: 17 poäng

VG: 27 poäng varav minst 7 poäng på VG-nivå.

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (G eller VG) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (2/1) att en korrekt lösning ger två poäng på G-nivå och ett poäng på VG-nivå.

Till uppgifter där *endast svar krävs* behöver du endast ge ett kort svar i avsedd område på uppgiftsbladet. Till andra uppgifter behöver du lämna fullständiga lösningar till alla uppgifter på lösblad. Använd nytt blad för varje uppgift.

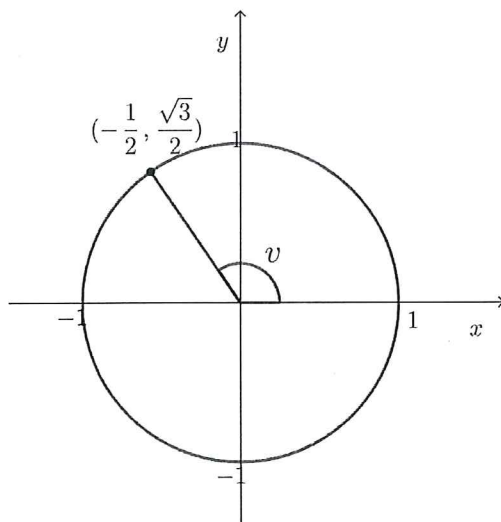
För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar eller slutsats. Redovisningen ska vara kortfattad, men tillräckligt utförlig och uppställd och formulerad så att tankegången lätt kan följas. Ett svar med t.ex. enbart värdet av en uträkning ger inte poäng. Numeriska värden kan anges som uttryck, lämpligt förenklade, där rotuttryck, logaritmer och exponentialuttryck kan ingå utöver *rena siffror*, om så behövs.

Namn:

Personnummer:

Del I: Digitala verktyg är inte tillåtna. Uppgifterna 1-5 kräver endast svar. Skriv ditt svar i svarsrutan under respektive uppgift. Uppgifterna 6-10 kräver fullständiga lösningar och skrivs på separat skrivpapper. När du är färdig med uppgifterna 1-10 lämnar du in Del I till skrivvakterna.

1. I enhetscirkeln nedan ses koordinaterna för en punkt på cirkelranden samt vinkeln v . Besvara följande:



- (a) Bestäm vinkel v .

(1/0)

Svar:

- (b) Ange cirkelns ekvation för enhetscirkeln.

(1/0)

Svar:

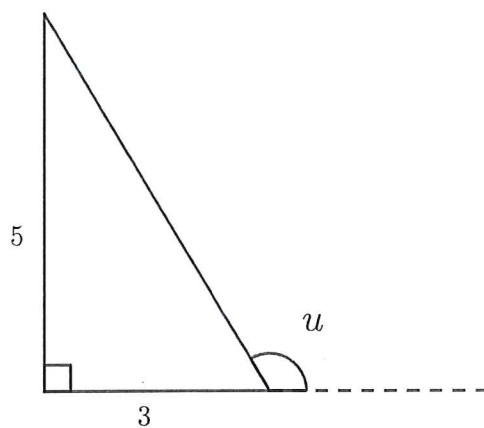
- (c) Bestäm värdet av $\frac{\sin v}{\cos v}$. Förenkla svaret så mycket som möjligt.

(1/0)

Svar:

(d) Bestäm ett exakt värde för $\cos u$ med hjälp av figuren nedan.

(0/1)



Svar:

2. För vilket värde på x är funktionen $f(x) = \frac{x}{5^x - 3}$ inte definierat? Ange svaret i exakt form.

(0/1)

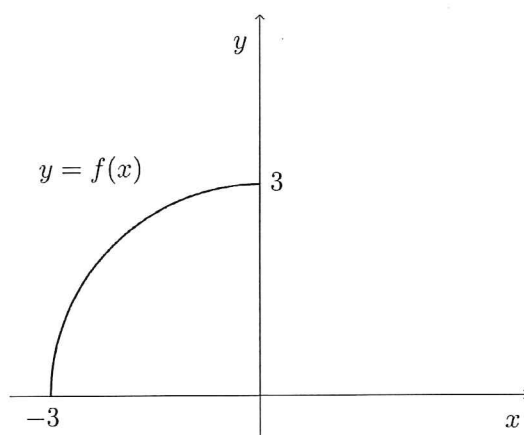
Svar:

3. Lös ekvationen $|2 - x| = x$

(0/1)

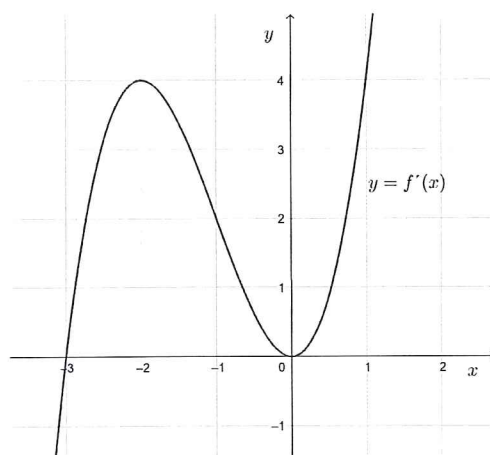
Svar:

4. Grafen till en funktion $f(x)$ motsvarar en fjärdedel av en cirkel i den andra kvadranten enligt figuren nedan. Bestäm $\int_{-3}^0 f(x)dx$ (1/0)



Svar:

5. I koordinatsystemet nedan visas grafen till derivatan $f'(x)$. För vilka värden på x har funktionen $f(x)$ en lokal minimi, maximi- eller terrasspunkt? Ange också karaktär för varje x -värde om det är en minimi-, maximi- eller terrasspunkt. (0/2)



Svar:

Uppgifterna 6-10 skall du lämna in lösningar till på separat skrivpapper.

6. Beräkna följande gränsvärde:

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 64}{x - 8}$$

(2/0)

7. Derivera följande funktioner

(a) $f(x) = 2x^7 - 4x^3 + x + 3$ (2/0)

(b) $g(x) = \frac{x^2 \cdot 5^{3x} + x^2 \sqrt{x}}{x^2}$ (0/2)

8. Bestäm den primitiva funktion $F(x)$ till $f(x) = e^{2x} + x^3$ som uppfyller villkoret $F(0) = 4$. (2/0)

9. Bestäm största och minsta värdet i intervallet $-1 \leq x \leq 1$ för funktionen $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. (3/0)

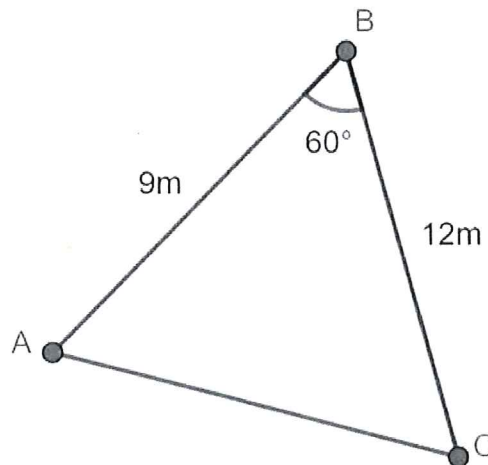
10. Lös ekvationen

$$\frac{-3x}{x-2} + x = -6$$

(1/1)

Del II: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat skrivpapper.
Du kan påbörja arbetet med dessa uppgifter utan räknare i väntan på att få lämna in Del I.

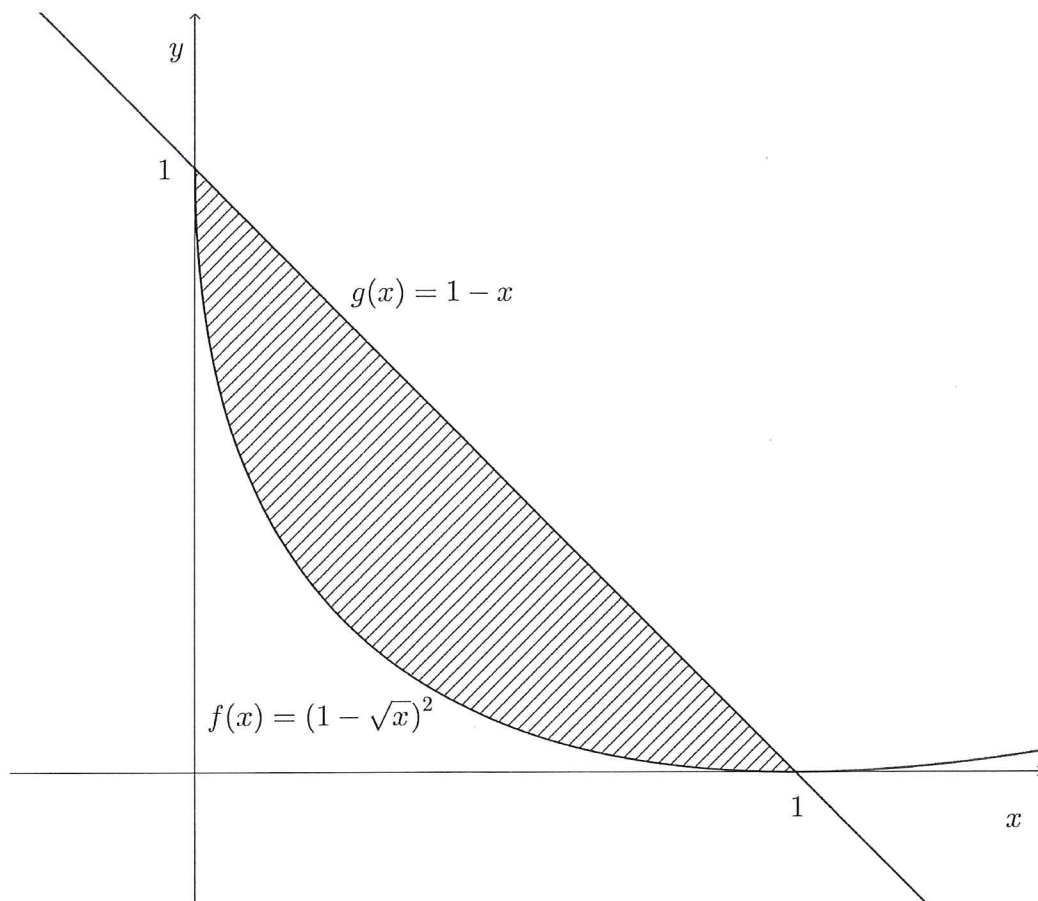
11. Bestäm ekvationen för tangenten till $f(x) = e^{3x} + 2x + 6$ i punkten där $x = 0$. (2/0)
12. För funktionen f gäller att $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x + 1$. Bestäm med hjälp av derivata koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- eller terrasspunkter för funktionens graf.
Bestäm också karaktär för respektive punkt, det vill säga om det är en maximi-, minimi- eller terrasspunkt. (3/0)
13. En "modern" lägenhet har en triangulär form. Vinkeln mellan väggarna AB och väggarna AC är 60° . Längden på AB är 9 m och längden på BC är 12 m.
- (a) Vad är avståndet mellan punkterna A och C? (2/0)
- (b) Om vi kan sälja lägenheten för 40000 kr per kvadratmeter, för hur mycket kan vi sälja lägenheten totalt? (2/0)



14. Temperaturen $f(t)$ °C i centrum av en ugnstekt skinka när den tas ut ur ugnen beskrivs av sambandet $f(t) = 70 \cdot 0.995^t$ där $t \geq 0$ ges i minuter. Temperaturen sjunker då skinkan ligger i rumstemperatur.
- (a) Vilken temperatur hade skinkan när den togs ut ur ugnen? (1/0)
- (b) Hur lång tid tar det tills temperaturen är 65°C ? (2/0)
- (c) Hur snabbt sjunker temperaturen efter 10 minuter? (0/1)

15. Ett företag har beställt en behållare av stål i form av en cylinder. Cylinderns inre mått skall vara sådan att summan av diametern och höjden skall vara 50 cm. Beräkna cylinderns maximala volym. (0/3)

16. Beräkna arean av det skuggade området. (0/2)



Formelblad matematik 3

Algebra

Regler

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Andragradsekvationer

$$x^2 + px + q = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Aritmetik

Prefix

T	G	M	k	h	d	c	m	μ	n	p
tera	giga	mega	kilo	hekto	deci	centi	milli	mikro	nano	piko
10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Potenser

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^0 = 1$$

Geometrisk summa

$$a + ak + ak^2 + \dots + ak^{n-1} = \frac{a(k^n - 1)}{k - 1} \quad \text{där } k \neq 1$$

Logaritmer

$$y = 10^x \Leftrightarrow x = \lg y$$

$$y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y$$

$$\lg x + \lg y = \lg xy$$

$$\lg x - \lg y = \lg \frac{x}{y}$$

$$\lg x^p = p \cdot \lg x$$

Absolutbelopp

$$|a| = \begin{cases} a & \text{om } a \geq 0 \\ -a & \text{om } a < 0 \end{cases}$$

Funktioner och samband

Räta linjen

$$y = kx + m \quad k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$k_1 \cdot k_2 = -1$, villkor för vinkelräta linjer

$ax + by + c = 0$, där inte både a och b är noll

Andragsgradsfunktioner

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

Potensfunktioner

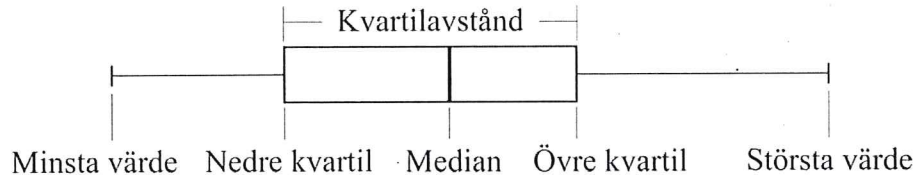
$$y = C \cdot x^a$$

Exponentialfunktioner

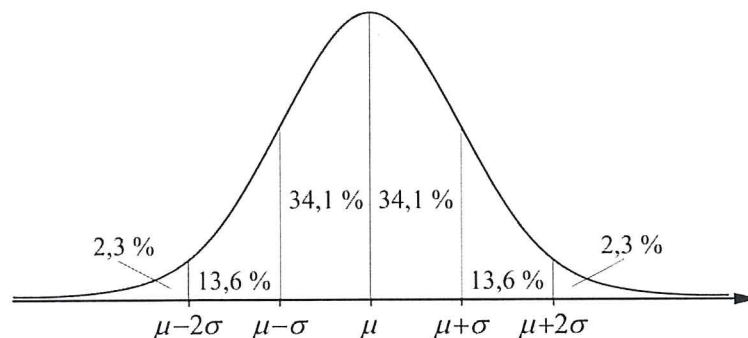
$$y = C \cdot a^x \quad a > 0 \text{ och } a \neq 1$$

Statistik och sannolikhet

Lådagram



Normalfördelning



Differential- och integralkalkyl

Derivatans definition $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

Derivator

Funktion	Derivata
x^n där n är ett reellt tal	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
a^x ($a > 0$)	$a^x \ln a$
e^x	e^x
e^{kx}	$k \cdot e^{kx}$
$k \cdot f(x)$	$k \cdot f'(x)$
$f(x) + g(x)$	$f'(x) + g'(x)$

Integralkalkylens fundamentalsats $\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$ där $F'(x) = f(x)$

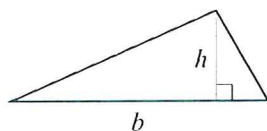
Primitiva funktioner

Funktion	Primitiva funktioner
k	$kx + C$
x^n ($n \neq -1$)	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
a^x ($a > 0, a \neq 1$)	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
e^x	$e^x + C$
e^{kx}	$\frac{e^{kx}}{k} + C$

Geometri

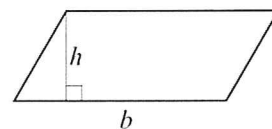
Triangel

$$A = \frac{bh}{2}$$



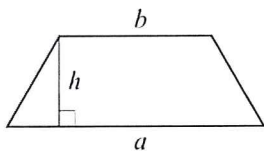
Parallelogram

$$A = bh$$



Parallelltrapets

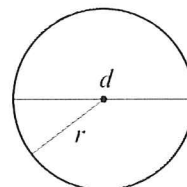
$$A = \frac{h(a+b)}{2}$$



Cirkel

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

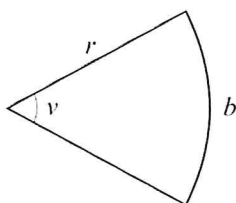
$$O = 2\pi r = \pi d$$



Cirkelsektor

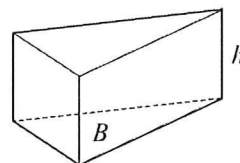
$$b = \frac{v}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$A = \frac{v}{360^\circ} \cdot \pi r^2 = \frac{br}{2}$$



Prisma

$$V = Bh$$

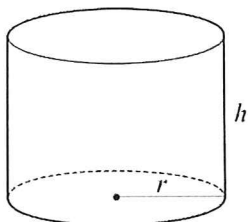


Cylinder

$$V = \pi r^2 h$$

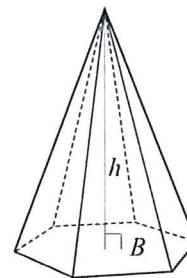
Mantelarea

$$A = 2\pi r h$$



Pyramid

$$V = \frac{Bh}{3}$$

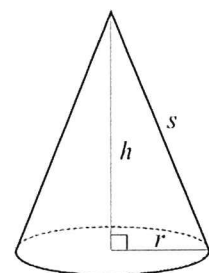


Kon

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Mantelarea

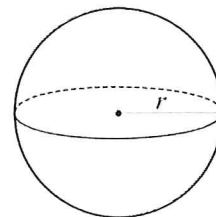
$$A = \pi r s$$



Klot

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

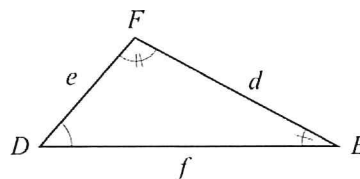
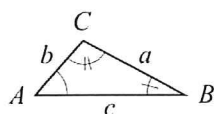
$$A = 4\pi r^2$$



Likformighet

Triangelarna ABC och DEF är likformiga

om $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$



Skala Areaskalan = (Längdskalan)²

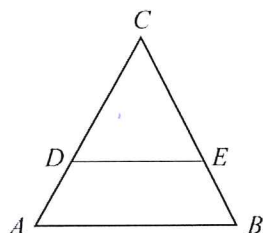
Volymskalan = (Längdskalan)³

Topptriangelsatsen

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{AC} = \frac{CE}{BC}$$

Transversalsatsen

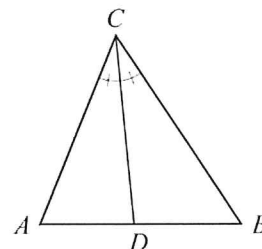
$$\frac{CD}{AD} = \frac{CE}{BE}$$



DE är parallell med AB

Bisektrissatsen

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$$



Vinklar

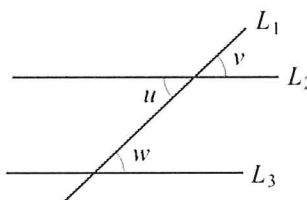
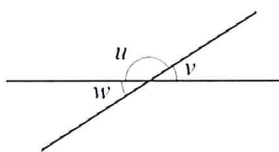
$u + v = 180^\circ$ Sidovinklar

$w = v$ Vertikalvinklar

L_1 skär två parallella linjer L_2 och L_3

$v = w$ Likbelägna vinklar

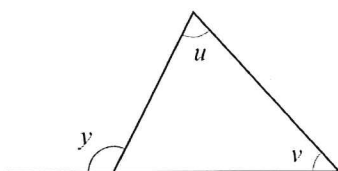
$u = w$ Alternatvinklar



Vinkelsumman S i en n -hörning: $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$

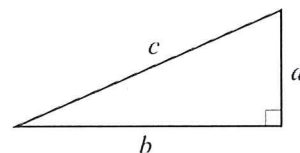
Yttervinkelsatsen

$$y = u + v$$



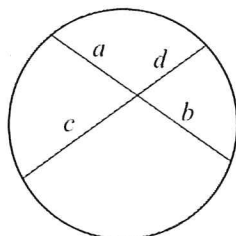
Pythagoras sats

$$a^2 + b^2 = c^2$$



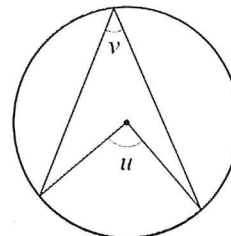
Kordasatsen

$$ab = cd$$



Randvinkelsatsen

$$u = 2v$$



Avståndsformeln

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

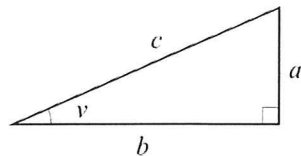
Mittpunktsformeln

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ och } y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Trigonometri

Definitioner

Rätvinklig triangel

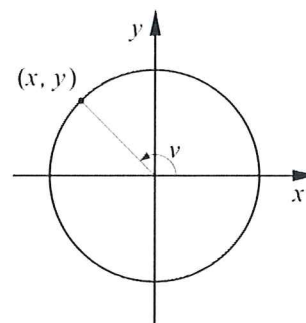


$$\sin v = \frac{a}{c}$$

$$\cos v = \frac{b}{c}$$

$$\tan v = \frac{a}{b}$$

Enhetscirkel



$$\sin v = y$$

$$\cos v = x$$

$$\tan v = \frac{y}{x}$$

Sinussatsen

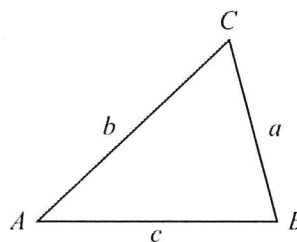
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Cosinussatsen

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Areasatsen

$$T = \frac{ab \sin C}{2}$$



Trigonometriska funktionsvärden

Vinkel v	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin v$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos v$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan v$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Ej def.	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0