

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs Mekanik 1

Delkurs

Kurskod FY101G

Högskolepoäng för tentamen 1hp

Datum 2024-01-10

Skrivtid 8:15 – 12:30

Ansvarig lärare Ola Nyqvist

Berörda lärare

Hjälpmedel/bilagor Bifogat formelblad, egen räknare

Övrigt Tentamen omfattar kursmål 3 och 4.

- Anvisningar
- ☐ Ta nytt blad för varje lärare
 - ☒ Ta nytt blad för varje ny fråga (deluppgifter kan vara på samma blad)
 - ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
 - ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
 - ☒ Numrera lösbladen löpande.
 - ☒ Använd inte röd penna.
 - ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser G – Godkänt på både kursmål 3 och 4.

U – om något kursmål ej är uppfyllt

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

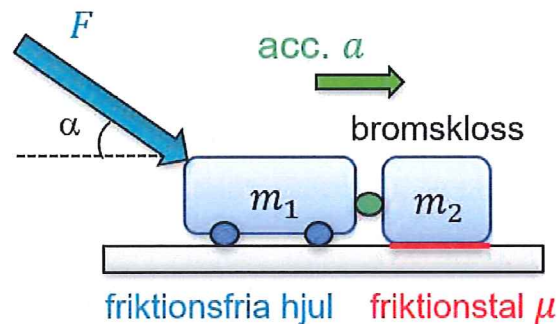
Lycka till!

Antal sidor totalt 3 (med uppgifter)

Kursmål 3A

Man trycker på vagnen $m_1 = 60$ kg med kraften $F = 650$ N i riktningen $\alpha = 22.62^\circ$. m_1 trycker i sin tur på bromsklossen $m_2 = 30$ kg enligt figuren. Kontakten mellan m_1 och m_2 är som en "friktionsfri rulle", dvs. bara krafter i x -led mellan dem.

m_1 rör sig friktionsfritt. Mellan m_2 och underlaget är friktionstalet $\mu = 0.8$. Räkna med $g = 10$ m/s². Avrunda F :s komponenter i x - och y -led till heltal.



- Frilägg m_1 och m_2 som en enhet, dvs. rita en kraftfigur med de yttre krafterna på hela systemet. (Se även (*) i c)-uppgiften nedan.)
 - Ställ upp Newton II - ekvationerna för hela systemet ovan. ($\rightarrow^x$ och $\uparrow^y$)

 - Frilägg m_1 och m_2 var för sig, dvs. rita var sin kraftfigur med alla krafter som verkar på m_1 resp. m_2 .
 - (*) (Normalkrafterna på alla hjulen på m_1 kan summeras ihop till en enda normalkraft N_1 . Vid friläggningen av m_1 räcker det att sätta ut N_1 , samt de övriga krafterna på m_1 , som ska vara med i c) resp. a).)
 - Ställ upp Newton II - ekvationerna för m_1 resp. m_2 . ($\rightarrow^x$ och $\uparrow^y$)

 - Beräkna friktionskraften på bromsklossen m_2 .
 - Beräkna resultanten till alla krafterna på systemet.
 - Beräkna systemets acceleration a .
 - Beräkna normalkraften N_1 på vagnen m_1 .
 - Beräkna kraften mellan m_1 och m_2 . (Går ju att kolla på två sätt ...)
-

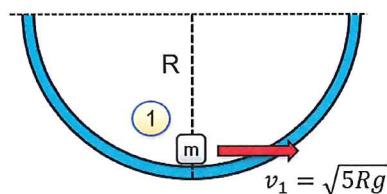
Kursmål 3B

En låda ($m = 30 \text{ kg}$) åker i en vertikal halvcirkelbana med radien $R = 8 \text{ m}$. I läge 1 är farten $v_1 = \sqrt{5Rg}$ och i läge 2 är normalkraften $N = 0.45 \cdot mg$. Friktionstalet μ råder mellan lådan och banan. Räkna med $g = 10 \text{ m/s}^2$ om Du sätter in värden.

- a) Frilägg lådan och ställ upp Newton II - ekvationerna i läge 1. ($\rightarrow \vec{e}_s$ och $\uparrow \vec{e}_n$)

- b) Beräkna normalkraften N .

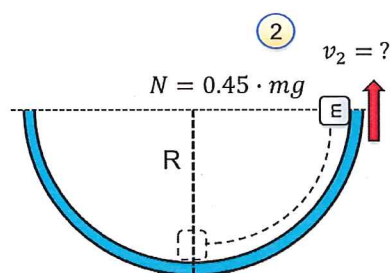
- c) Beräkna friktionstalet μ om tangentialaccelerationen är $a_s = -1.2g$.



- d) Frilägg lådan och ställ upp Newton II - ekvationerna i läge 2. ($\uparrow \vec{e}_s$ och $\leftarrow \vec{e}_n$)

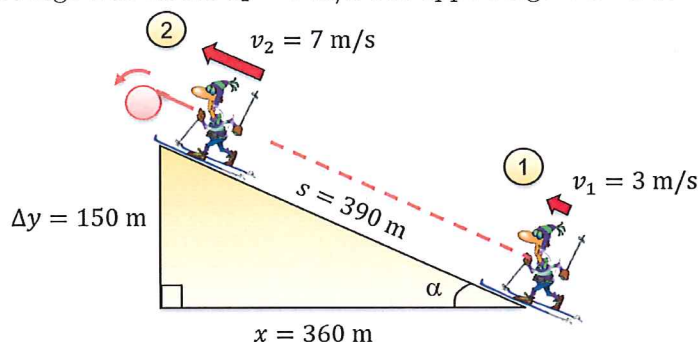
- e) Beräkna farten v_2 .

- f) Beräkna tangentialaccelerationen a_s .
(Friktionstalet $\mu = 0.2$)



Kursmål 4

En skidåkare med massan $m = 78 \text{ kg}$ vinschas uppför en backe som lutar vinkeln α . Backens längd är $s = 390 \text{ m}$ och vertikala höjden är $\Delta y = 150 \text{ m}$. Nere i läge 1 är farten $v_1 = 3 \text{ m/s}$ och uppe i läge 2 är farten $v_2 = 7 \text{ m/s}$.



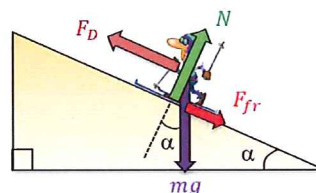
Vinschen ger en konstant dragkraft $F_D = 404 \text{ N}$, riktad uppåt längs backen. Glidfriktion, F_{fr} , mellan skidor och backe. (friktionstalet okänt, används ej) Räkna med tyngdaccelerationen $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Beräkna rörelseenergin T_1 i läge 1.
- Hur stor är rörelseenergin T_2 i läge 2 ?

På vägen upp från läge 1 till läge 2:

- Hur stort totalt (netto-)arbete W_{tot} har alla krafterna utträttat ihop ?

-
- Beräkna tyngdkraften mg :s arbete, W_{mg} .
 - Beräkna dragkraften F_D :s arbete, W_D .
 - Beräkna normalkraften N :s arbete ...



Tips: Det är en fördel att räkna arbetena ovan med tecken så att det framgår vilka som ger en ökning resp. minskning av rörelseenergin. Totala (netto-) arbetet W_{tot} är sen bara summan av alla krafternas arbeten, inkl. tecken.

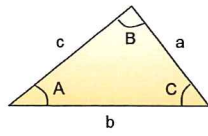
-
- Beräkna friktionskraften F_{fr} :s arbete, W_{fr} .
 - Hur stor är friktionskraften F_{fr} ?

I läge 2:

- Hur stor är dragkraften F_D :s effekt P_D i läge 2 ?

Formelblad - Mekanik I

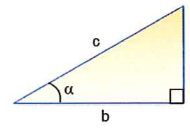
Triangel - godtyckliga vinklar



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Rätvinklig triangel



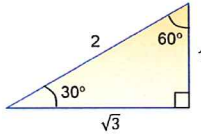
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\sin \alpha = a/c$$

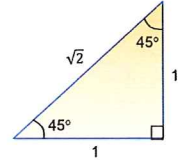
$$\cos \alpha = b/c$$

$$\tan \alpha = a/b$$

Några exakta värden



$$\begin{aligned} \sin 30^\circ &= 1/2 = \cos 60^\circ \\ \cos 30^\circ &= \sqrt{3}/2 = \sin 60^\circ \\ \tan 30^\circ &= 1/\sqrt{3} \quad \text{och} \\ \tan 60^\circ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

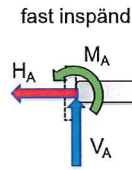
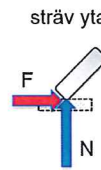
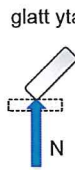
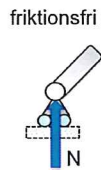
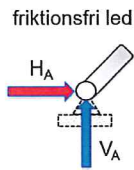


$$\begin{aligned} \sin 45^\circ &= 1/\sqrt{2} \\ \cos 45^\circ &= 1/\sqrt{2} \\ \tan 45^\circ &= 1 \end{aligned}$$

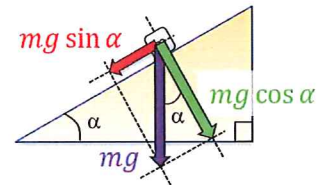
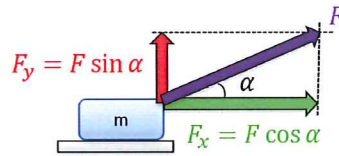
2:a-gradsekvation: $x^2 + px + q = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Jämvikt $\rightarrow: \sum F_x = 0 \quad \uparrow: \sum F_y = 0 \quad \curvearrowright: \sum M_0 = 0$

Friläggning - några exempel på krafter:



Komponenter ex.



Friktion $\frac{F}{N} \leq \mu_s$ (jämvikt) $F = \mu N$ (glidning)

Partikelns kinematik

$$v = \frac{ds}{dt} \equiv \dot{s} \quad a = \frac{dv}{dt} \equiv \dot{v} \equiv \ddot{s} \quad a = v \frac{dv}{ds}$$

$$v - v_0 = \int_0^t a(t) dt \quad s - s_0 = \int_0^t v(t) dt$$

$$\frac{dv}{dt} = a(v) \Leftrightarrow \int_{v_0}^v \frac{dv}{a(v)} = \int_0^t dt = t$$

$$v \frac{dv}{ds} = a(s) \Leftrightarrow \int_{v_0}^v v dv = \int_{s_0}^s a(s) ds \Leftrightarrow \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = \int_{s_0}^s a(s) ds$$

$$v \frac{dv}{ds} = a(v) \Leftrightarrow \int_{v_0}^v \frac{v dv}{a(v)} = \int_{s_0}^s ds = s - s_0 \quad \text{funkar ju också}$$

"standard diff. ekv." $\frac{dv}{dt} + kv = 0$ har lösningen $v = v_0 e^{-kt}$

Rörelse med konstant acceleration a

$$v = v_0 + at$$

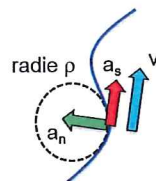
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad \text{även} \quad s = s_0 + \frac{v_0 + v}{2} t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0)$$

Naturliga koordinater

$$a_s = \dot{v} = \ddot{s} \quad \text{tangentialacceleration}$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{\dot{s}^2}{\rho} \quad \text{normalacceleration}$$



Cirkelrörelse

$$s = r\varphi$$

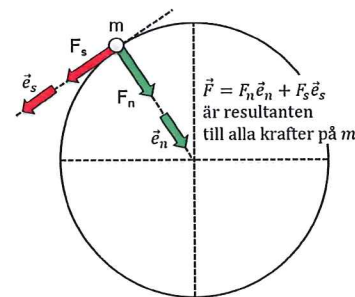
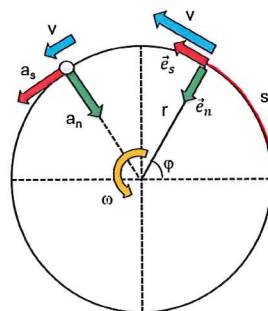
$$v = \dot{s} = r\dot{\varphi} = r\omega$$

$$a_s = \dot{v} = r\dot{\omega} = r\dot{\omega}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = r\dot{\omega}^2 = r\omega^2$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_s^2}$$

$\vec{e}_n, \vec{e}_s$ - enhetsvektorer



Newton II: $\vec{F} = m\vec{a}$ resultant $\vec{F}$. $\begin{cases} \rightarrow^x: F_x = ma_x \\ \uparrow^y: F_y = ma_y \end{cases}$ cirkel ovan: $\begin{cases} \swarrow^s: F_s = ma_s \\ \nwarrow^n: F_n = ma_n \end{cases}$

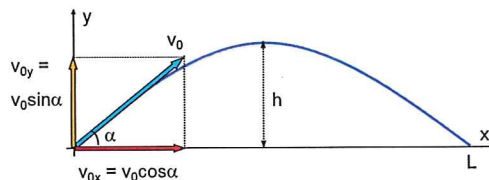
Kaströrelse:

Grundekvationer: $\begin{aligned} \rightarrow: v_x &= v_0 \cos \alpha & \uparrow: v_y &= v_0 \sin \alpha - gt \\ \rightarrow: x &= x_0 + v_0 \cos \alpha \cdot t & \uparrow: y &= y_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{aligned}$

Symmetrisk bana:

$$\text{Maxhöjd: } h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\text{Kastvidd: } L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$



Parabeln: $y(x) = \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 \quad (= a \cdot x - b \cdot x^2)$

Arbete: $W = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{s_1}^{s_2} F_s ds \quad W = F_s \cdot s \quad \text{om } F_s = \text{konstant}$

mg:s arbete: $W_{mg} = -mg \cdot \Delta y \quad \uparrow: \Delta y = y_{\text{slut}} - y_{\text{start}}, \text{OBS ref. } \uparrow$

Rörelseenergi: $T = \frac{1}{2}mv^2$

Energilagen: $T_2 - T_1 = W \quad W = \text{totala} = \text{summan av alla krafterns arbete}$

Effekt: $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = F_s v = \frac{dT}{dt}$

Verkningsgrad: $\eta = \frac{P_{\text{ut}}}{P_{\text{in}}}$