

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs Mekanik 1

Delkurs

Kurskod FY101G

Högskolepoäng för tentamen 1hp

Datum 2025-03-08

Skrivtid 9:15 – 13:30

Ansvarig lärare Ola Nyqvist

Berörda lärare

Hjälpmedel/bilagor Bifogat formelblad, egen räknare

Övrigt Tentamen omfattar kursmål 3 och 4.

- Anvisningar
- ☐ Ta nytt blad för varje lärare
 - ☒ Ta nytt blad för varje ny fråga (deluppgifter kan vara på samma blad)
 - ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
 - ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
 - ☒ Numrera lösbladen löpande.
 - ☒ Använd inte röd penna.
 - ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser G – Godkänt på både kursmål 3 och 4.

U – om något kursmål ej är uppfyllt

Redan Godkända kursmål på ordinarie tentan får tillgodoräknas,

Du gör bara det eller de kursmål som ännu ej är Godkända.

Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt 3 (med uppgifter)

Kursmål 3A

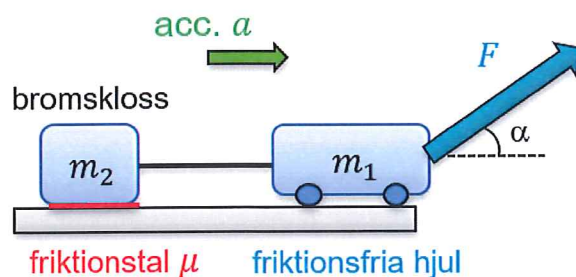
Man drar snett uppåt i vagnen $m_1 = 150$ kg med kraften $F = 1000$ N i riktningen som ges av vinkeln $\alpha = 30^\circ$.

m_1 drar i sin tur i bromsklossen $m_2 = 50$ kg enligt figuren.

Mellan m_2 och underlaget råder friktionstalet $\mu = 0.932$.

m_1 rör sig friktionsfritt.

Räkna med $g = 10$ m/s². Avrunda F :s komponenter i x - och y -led till heltal.



- Frilägg m_1 och m_2 som en enhet, dvs. rita en kraftfigur med de yttre krafterna på hela systemet. (Se även (*) i c)-uppgiften nedan.)
 - Ställ upp Newton II - ekvationerna för hela systemet ovan. ($\rightarrow^x$ och $\uparrow^y$)

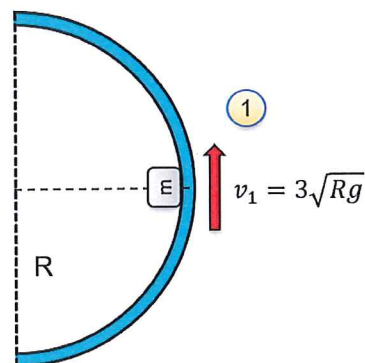
 - Frilägg m_1 och m_2 var för sig, dvs. rita var sin kraftfigur med alla krafter som verkar på m_1 resp. m_2 .
 - (*) (Normalkrafterna på alla hjulen på m_1 kan summeras ihop till en enda normalkraft N_1 . Vid friläggningen av m_1 räcker det att sätta ut N_1 , samt de övriga krafterna på m_1 , som ska vara med i c) resp. a).)
 - Ställ upp Newton II - ekvationerna för m_1 resp. m_2 . ($\rightarrow^x$ och $\uparrow^y$)

 - Beräkna friktionskraften på bromsklossen m_2 .
 - Beräkna accelerationen a .
 - Beräkna normalkraften N_1 på vagnen m_1 .
 - Beräkna kraften mellan m_1 och m_2 . (Går ju att kolla på två sätt ...)
-

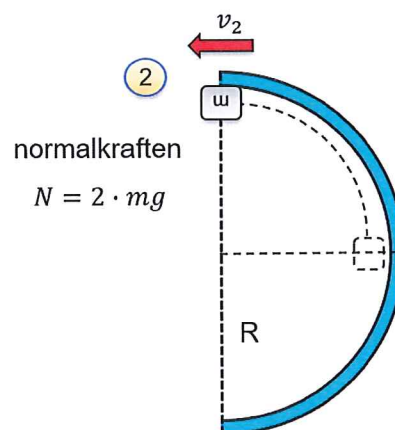
Kursmål 3B

En låda ($m = 20 \text{ kg}$) åker i en vertikal halvcirkelbana med radien $R = 5 \text{ m}$. I läge 1 är farten $v_1 = 3\sqrt{Rg}$ och i läge 2 är normalkraften $N = 2 \cdot mg$. Friktionstalet μ råder mellan lådan och banan. Räkna med $g = 10 \text{ m/s}^2$ om Du sätter in värden.

- a) Frilägg lådan och ställ upp Newton II - ekvationerna i läge 1. ($\uparrow \vec{e}_s$ och $\leftarrow \vec{e}_n$)
- b) Beräkna normalkraften N .
- c) i) Beräkna friktionskraften F_{fr} om tangentialaccelerationen är $a_s = -4g$.
ii) Beräkna friktionstalet μ .



- d) Frilägg lådan och ställ upp Newton II - ekvationerna i läge 2. ($\leftarrow \vec{e}_s$ och $\downarrow \vec{e}_n$)
- e) Beräkna farten v_2 .
- f) Beräkna tangentialaccelerationen a_s .
(Räkna med friktionstalet $\mu = 1/3$)

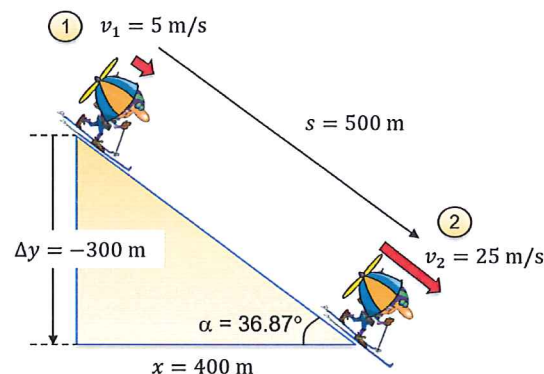


Kursmål 4

En propellerdriven skidåkare med massan $m = 70 \text{ kg}$ åker nedför en backe som lutar vinkeln $\alpha (= 36.87^\circ)$. Backens längd är $s = 500 \text{ m}$ och ändringen i höjdded inkl. tecken är $\Delta y = -300 \text{ m}$.

Uppe i läge 1 är farten $v_1 = 5 \text{ m/s}$ och nere i läge 2 är farten $v_2 = 25 \text{ m/s}$.

Det är ingen snö i backen $\Rightarrow$ ganska stor friktion. Skidåkaren har då en propeller som ger en konstant drivkraft $F_D = 200 \text{ N}$, riktad neråt längs backen.



Det är också en stor glidfriktionskraft, F_{fr} , mellan skidor och backe. (friktionstalet okänt, används ej)

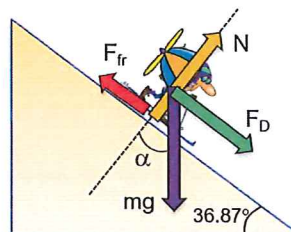
Räkna med tyngdaccelerationen $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Beräkna rörelseenergin T_1 i läge 1.
- Hur stor är rörelseenergin T_2 i läge 2 ?

På vägen ner från läge 1 till läge 2:

- Hur stort totalt (netto-)arbete W_{tot} har alla krafterna uträttat ihop ?

-
- Beräkna tyngdkraften mg 's arbete, W_{mg} .
 - Beräkna drivkraften F_D 's arbete, W_D .
 - Beräkna normalkraften N 's arbete ...



Tips: Det är en fördel att räkna arbetena ovan med tecken så att det framgår vilka som ger en ökning resp. minskning av rörelseenergin. Totala (netto-)arbetet W_{tot} är sen bara summan av alla krafternas arbeten, inkl. tecken.

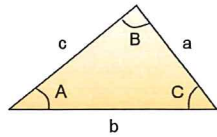
-
- Beräkna friktionskraften F_{fr} 's arbete, W_{fr} .
 - Hur stor är friktionskraften F_{fr} ?

I läge 2:

- Hur stor är drivkraften F_D 's effekt P_D i läge 2 ?
-

Formelblad - Mekanik I

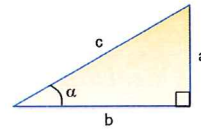
Triangel - godtyckliga vinklar



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Rätvinklig triangel



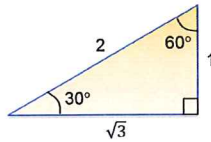
$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\sin \alpha = a/c$$

$$\cos \alpha = b/c$$

$$\tan \alpha = a/b$$

Några exakta värden

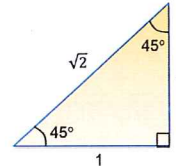


$$\sin 30^\circ = 1/2 = \cos 60^\circ$$

$$\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2 = \sin 60^\circ$$

$$\tan 30^\circ = 1/\sqrt{3} \quad \text{och}$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$



$$\sin 45^\circ = 1/\sqrt{2}$$

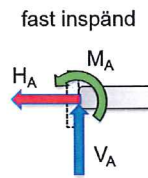
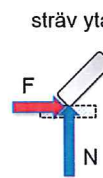
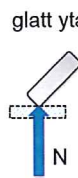
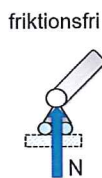
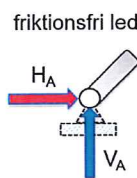
$$\cos 45^\circ = 1/\sqrt{2}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

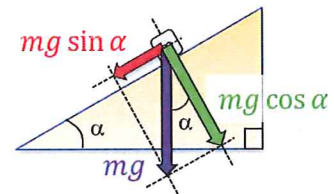
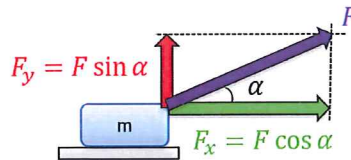
2:a-gradsekvation: $x^2 + px + q = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Jämvikt $\rightarrow: \sum F_x = 0 \quad \uparrow: \sum F_y = 0 \quad \curvearrowright: \sum M_0 = 0$

Friläggning - några exempel på krafter:



Komponenter ex.



Friktion $\frac{F}{N} \leq \mu_s$ (jämvikt) $F = \mu N$ (glidning)

Partikelns kinematik

$$v = \frac{ds}{dt} \equiv \dot{s} \quad a = \frac{dv}{dt} \equiv \dot{v} \equiv \ddot{s} \quad a = v \frac{dv}{ds}$$

$$v - v_0 = \int_0^t a(t) dt \quad s - s_0 = \int_0^t v(t) dt$$

$$\frac{dv}{dt} = a(v) \Leftrightarrow \int_{v_0}^v \frac{dv}{a(v)} = \int_0^t dt = t$$

$$v \frac{dv}{ds} = a(s) \Leftrightarrow \int_{v_0}^v v dv = \int_{s_0}^s a(s) ds \Leftrightarrow \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = \int_{s_0}^s a(s) ds$$

$$v \frac{dv}{ds} = a(v) \Leftrightarrow \int_{v_0}^v \frac{v dv}{a(v)} = \int_{s_0}^s ds = s - s_0 \quad \text{funkar ju också}$$

"standard diff. ekv." $\frac{dv}{dt} + kv = 0$ har lösningen $v = v_0 e^{-kt}$

Rörelse med konstant acceleration a

$$v = v_0 + at$$

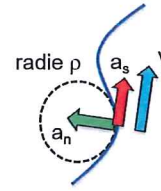
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad \text{även} \quad s = s_0 + \frac{v_0 + v}{2} t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0)$$

Naturliga koordinater

$$a_s = \dot{v} = \ddot{s} \quad \text{tangentialacceleration}$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{\dot{s}^2}{\rho} \quad \text{normalacceleration}$$



Cirkelrörelse

$$s = r\varphi$$

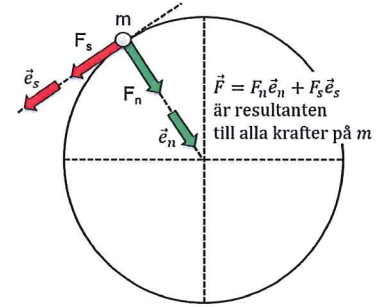
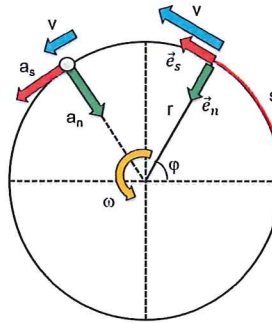
$$v = \dot{s} = r\dot{\varphi} = r\omega$$

$$a_s = \dot{v} = r\ddot{\varphi} = r\dot{\omega}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = r\dot{\varphi}^2 = r\omega^2$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_s^2}$$

$\vec{e}_n, \vec{e}_s$ - enhetsvektorer



Newton II: $\vec{F} = m\vec{a}$ resultant $\vec{F}$. $\begin{cases} \rightarrow^x: F_x = ma_x \\ \uparrow^y: F_y = ma_y \end{cases}$ cirkel ovan: $\begin{cases} \swarrow^s: F_s = ma_s \\ \searrow^n: F_n = ma_n \end{cases}$

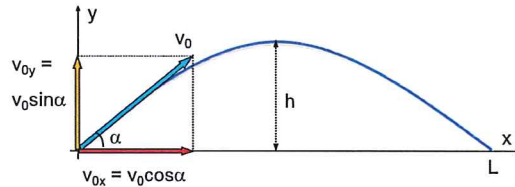
Kaströrelse:

Grundekvationer: $\begin{aligned} \rightarrow: v_x &= v_0 \cos \alpha & \uparrow: v_y &= v_0 \sin \alpha - gt \\ \rightarrow: x &= x_0 + v_0 \cos \alpha \cdot t & \uparrow: y &= y_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{aligned}$

Symmetrisk bana:

Maxhöjd: $h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

Kastvidd: $L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$



Parabeln: $y(x) = \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2 \quad (= a \cdot x - b \cdot x^2)$

Arbete: $W = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{s_1}^{s_2} F_s ds \quad W = F_s \cdot s \quad \text{om } F_s = \text{konstant}$

mg:s arbete: $W_{mg} = -mg \cdot \Delta y \quad \uparrow: \Delta y = y_{\text{slut}} - y_{\text{start}}, \text{OBS ref. } \uparrow$

Rörelseenergi: $T = \frac{1}{2}mv^2$

Energilagen: $T_2 - T_1 = W \quad W = \text{totala} = \text{summan av alla krafterns arbete}$

Effekt: $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = F_s v = \frac{dT}{dt}$

Verkningsgrad: $\eta = \frac{P_{\text{ut}}}{P_{\text{in}}}$