HÖGSKOLAN
I SKÖVDE

Institutionen för ingenjörsvetenskap

TENTAMEN

Kurs Mekanik 1

Delkurs

Kurskod FY101G

Högskolepoäng för tentamen 1hp

Datum 2024-03-09

Skrivtid 9:15 – 13:30

Ansvarig lärare Ola Nyqvist

Berörda lärare

Hjälpmedel/bilagor Bifogat formelblad, egen räknare

Övrigt Tentamen omfattar kursmål 3 och 4.

Anvisningar

- ☐ Ta nytt blad för varje lärare
- ☒ Ta nytt blad för varje ny fråga (deluppgifter kan vara på samma blad)
- ☒ Skriv endast på en sida av papperet.
- ☒ Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad.
- ☒ Numrera lösbladen löpande.
- ☒ Använd inte röd penna.
- ☒ Markera med kryss på omslaget vilka uppgifter som är lösta.

Poänggränser G – Godkänt på både kursmål 3 och 4.

U – om något kursmål ej är uppfyllt

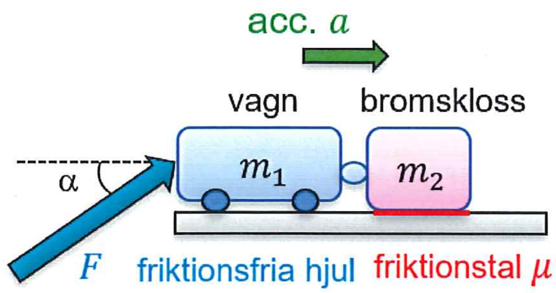
Skrivningsresultat bör offentliggöras inom 18 arbetsdagar

Lycka till!

Antal sidor totalt 3 (med uppgifter)

Kursmål 3A

Man trycker snett uppåt på vagnen $m_1 = 90$ kg med kraften $F = 1000$ N i riktningen $\alpha = 30°$. m_1 trycker i sin tur på bromsklossen $m_2 = 40$ kg enligt figuren. De får då accelerationen $a = 5$ m/s^2.
m_1:s stötfångare, som trycker på m_2, är som en "friktionsfri rulle", så det blir bara krafter i x-led mellan dem.
m_1 rör sig friktionsfritt. Mellan m_2 och underlaget råder friktionstalet μ.
Räkna med $g = 10$ m/s^2. Avrunda F:s komposanter i x- och y-led till heltal.



a) Frilägg m_1 och m_2 som en enhet, dvs. rita en kraftfigur med de yttre krafterna på hela systemet. (Se även (∗) i c)-uppgiften nedan.)

b) Ställ upp Newton II - ekvationerna för hela systemet ovan. ($\rightarrow^x$ och $\uparrow^y$)

---

c) Frilägg m_1 och m_2 var för sig, dvs. rita var sin kraftfigur med alla krafter som verkar på m_1 resp. m_2.

(∗) (Normalkrafterna på alla hjulen på m_1 kan summeras ihop till en enda normalkraft N_1. Vid friläggningen av m_1 räcker det att sätta ut N_1, samt de övriga krafterna på m_1, som ska vara med i c) resp. a).)

d) Ställ upp Newton II - ekvationerna för m_1 resp. m_2. ($\rightarrow^x$ och $\uparrow^y$)

---

e) Beräkna resultanten till alla krafterna på systemet.

f) Beräkna friktionskraften på bromsklossen m_2.

g) Beräkna friktionstalet μ mellan m_2 och underlaget.

h) Beräkna normalkraften N_1 på vagnen m_1.

i) Beräkna kraften mellan m_1 och m_2. (Går ju att kolla på två sätt ...)

Kursmål 3B

En låda ($m = 20$ kg) åker i en vertikal halvcirkelbana med radien $R = 5$ m. I läge 1 är farten $v_1 = 3\sqrt{Rg}$ och i läge 2 är normalkraften $N = 2 \cdot mg$. Friktionstalet μ råder mellan lådan och banan.
Räkna med $g = 10$ m/s^2 om Du sätter in värden.

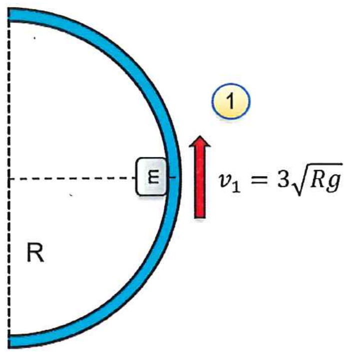
---

a) Frilägg lådan och ställ upp Newton II - ekvationerna i läge 1. ($\uparrow^{\vec{e}_s}$ och $^{\vec{e}_n}\leftarrow$)

b) Beräkna normalkraften N.

c) i) Beräkna friktionskraften F_{fr} om tangentialaccelerationen är $a_s = -4g$.

ii) Beräkna friktionstalet μ.

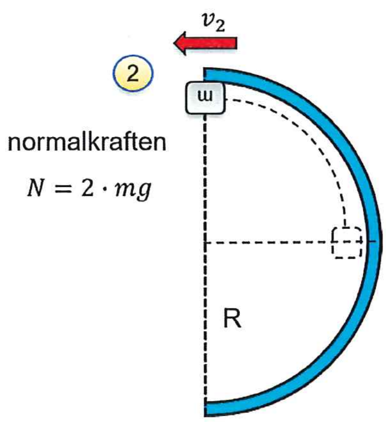


---

d) Frilägg lådan och ställ upp Newton II - ekvationerna i läge 2. ($^{\vec{e}_s}\leftarrow$ och $\downarrow_{\vec{e}_n}$)

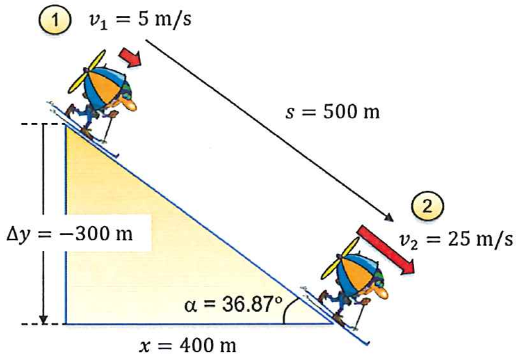
e) Beräkna farten v_2.

f) Beräkna tangentialaccelerationen a_s.
(Räkna med friktionstalet $\mu = 1/3$)



Kursmål 4

En propellerdriven skidåkare med massan $m = 70$ kg åker nedför en backe som lutar vinkeln α $(= 36.87°)$. Backens längd är $s = 500$ m och ändringen i höjdled inkl. tecken är $\Delta y = -300$ m.
Uppe i läge 1 är farten $v_1 = 5$ m/s och nere i läge 2 är farten $v_2 = 25$ m/s.
Det är ingen snö i backen $\Rightarrow$ ganska stor friktion. Skidåkaren har då en propeller som ger en konstant drivkraft $F_D = 200$ N, riktad neråt längs backen.



Det är också en stor glidfriktionskraft, F_{fr}, mellan skidor och backe. (friktionstalet okänt, används ej)
Räkna med tyngdaccelerationen $g = 10$ m/s^2.

a) Beräkna rörelseenergin T_1 i läge 1.

b) Hur stor är rörelseenergin T_2 i läge 2 ?

På vägen ner från läge 1 till läge 2:

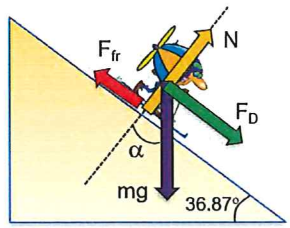
c) Hur stort totalt (netto-)arbete W_{tot} har alla krafterna uträttat ihop ?

---

d) Beräkna tyngdkraften mg:s arbete, W_{mg}.

e) Beräkna dragkraften F_D:s arbete, W_D.

f) Beräkna normalkraften N:s arbete ...



Tips: Det är en fördel att räkna arbetena ovan med tecken så att det framgår vilka som ger en ökning resp. minskning av rörelseenergin. Totala (netto-) arbetet W_{tot} är sen bara summan av alla krafternas arbeten, inkl. tecken.

---

g) Beräkna friktionskraften F_{fr}:s arbete, W_{fr}.

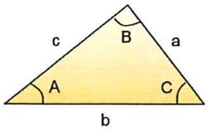
h) Hur stor är friktionskraften F_{fr} ?

I läge 2:

i) Hur stor är dragkraften F_D:s effekt P_D i läge 2 ?

Formelblad - Mekanik I

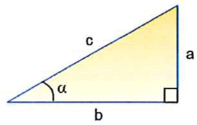
Triangel - godtyckliga vinklar



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

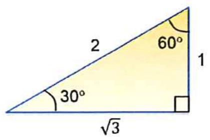
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Rätvinklig triangel

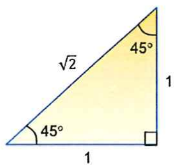


$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$\sin\alpha = a/c$$
$$\cos\alpha = b/c$$
$$\tan\alpha = a/b$$

Några exakta värden



$$\sin 30^\circ = 1/2 = \cos 60^\circ$$
$$\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2 = \sin 60^\circ$$
$$\tan 30^\circ = 1/\sqrt{3} \quad \text{och}$$
$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

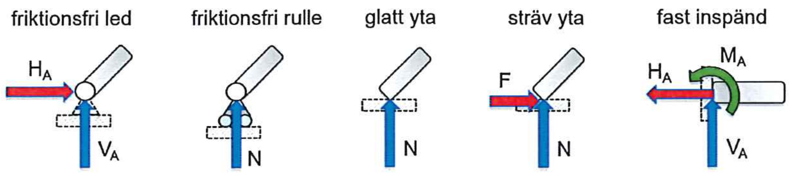


$$\sin 45^\circ = 1/\sqrt{2}$$
$$\cos 45^\circ = 1/\sqrt{2}$$
$$\tan 45^\circ = 1$$

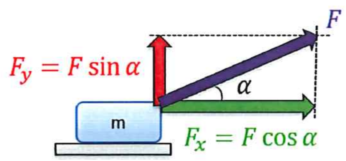
2:a-gradsekvation: $x^2 + px + q = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

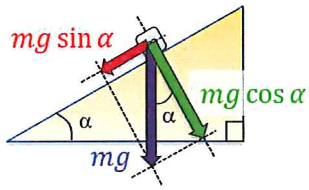
Jämvikt $\rightarrow: \sum F_x = 0 \qquad \uparrow: \sum F_y = 0 \qquad \curvearrowleft 0: \sum M_0 = 0$

Friläggning - några exempel på krafter:



Komposanter ex.





Friktion $\quad \frac{F}{N} \leq \mu_s \quad$ (jämvikt) $\qquad F = \mu N \quad$ (glidning)

Partikelns kinematik

$$v = \frac{ds}{dt} \equiv \dot{s} \qquad a = \frac{dv}{dt} \equiv \dot{v} \equiv \ddot{s} \qquad a = v\frac{dv}{ds}$$

$$v - v_0 = \int_0^t a(t)dt \qquad s - s_0 = \int_0^t v(t)dt$$

$$\frac{dv}{dt} = a(v) \quad \Leftrightarrow \quad \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{a(v)} = \int_0^t dt = t$$

$$v\frac{dv}{ds} = a(s) \quad \Leftrightarrow \quad \int_{v_0}^{v} v\,dv = \int_{s_0}^{s} a(s)ds \quad \Leftrightarrow \quad \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = \int_{s_0}^{s} a(s)ds$$

$$v\frac{dv}{ds} = a(v) \quad \Leftrightarrow \quad \int_{v_0}^{v} \frac{v\,dv}{a(v)} = \int_{s_0}^{s} ds = s - s_0 \quad \text{funkar ju också}$$

"standard diff. ekv." $\frac{dv}{dt} + kv = 0 \quad$ har lösningen $\quad v = v_0 e^{-kt}$

Rörelse med konstant acceleration a

$$v = v_0 + at$$

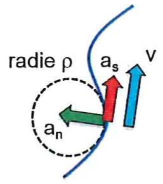
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad \text{även} \quad s = s_0 + \frac{v_0 + v}{2} t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\,(s - s_0)$$

Naturliga koordinater

$$a_s = \dot{v} = \ddot{s} \quad \text{tangentialacceleration}$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{\dot{s}^2}{\rho} \quad \text{normalacceleration}$$



Cirkelrörelse

$s = r\varphi$

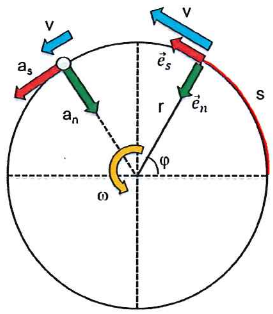
$v = \dot{s} = r\dot{\varphi} = r\omega$

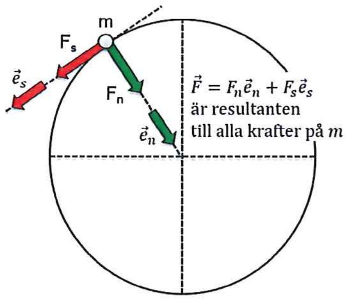
$a_s = \dot{v} = r\ddot{\varphi} = r\dot{\omega}$

$a_n = \dfrac{v^2}{r} = r\dot{\varphi}^2 = r\omega^2$

$a = \sqrt{a_n^2 + a_s^2}$

$\vec{e}_n, \vec{e}_n$ - enhetsvektorer





Newton II: $\vec{F} = m\vec{a}$ resultant $\vec{F}$. $\begin{cases} \xrightarrow{x}: F_x = ma_x \\ \uparrow^{y}: F_y = ma_y \end{cases}$ cirkel ovan : $\begin{cases} {}^{s}\swarrow: F_s = ma_s \\ \searrow^{n}: F_n = ma_n \end{cases}$

Kaströrelse:

Grundekvationer:

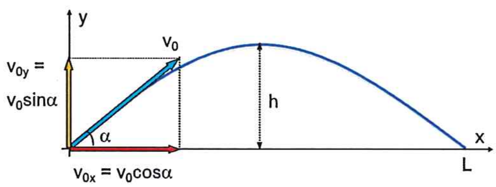
$\rightarrow: \quad v_x = v_0 \cos\alpha \qquad \uparrow: \quad v_y = v_0 \sin\alpha - gt$

$\rightarrow: \quad x = x_0 + v_0 \cos\alpha \cdot t \qquad \uparrow: \quad y = y_0 + v_0 \sin\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2}$

Symmetrisk bana:

Maxhöjd: $h = \dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$

Kastvidd: $L = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$



Parabeln: $y(x) = \tan\alpha \cdot x - \dfrac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} \cdot x^2 \quad (= a \cdot x - b \cdot x^2)$

Arbete: $W = \displaystyle\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{s_1}^{s_2} F_s\, ds \qquad W = F_s \cdot s \quad \text{om } F_s = \text{konstant}$

mg:s arbete: $W_{mg} = -mg \cdot \Delta y \qquad \uparrow: \Delta y = y_{\text{slut}} - y_{\text{start}}$, OBS ref. $\uparrow$

Rörelseenergi: $T = \dfrac{1}{2} m v^2$

Energilagen: $T_2 - T_1 = W \qquad W = \text{totala} = \text{summan av alla krafters arbete}$

Effekt: $P = \dfrac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = F_s\, v = \dfrac{dT}{dt}$

Verkningsgrad: $\eta = \dfrac{P_{\text{ut}}}{P_{\text{in}}}$